

## Comentarios sobre el texto *Relatividad para futuros físicos* por Saúl Ramos

El texto cubre los temas centrales para la enseñanza de la relatividad a nivel licenciatura, cubre principios básicos sobre la matemática necesaria en Relatividad con énfasis en el álgebra tensorial y lo hace con nivel muy adecuado. El repaso de relatividad especial del capítulo 1 cubre algunos de los aspectos centrales con miras a generalizar los conceptos a Relatividad General del capítulo 2

Las aplicaciones del capítulo 3, son de gran relevancia ya que incluyen temas de gran relevancia y actualidad como lo son las ondas gravitacionales y la cosmología.

En los siguientes puntos expreso algunos comentarios y errores tipográficos (typos) que detecté para que el autor implemente los cambios si los considera relevantes y sirvan para mejorar el texto.

En el apartado de convenciones:

al definir la convención de suma de Einstein a lo largo del texto se utiliza con un índice arriba y un índice abajo mientras que tener dos índices arriba o dos abajo puede causar confusión. Sobre todo porque tener los índices mixtos es un indicativo de un uso correcto de la gimnasia de índices.

1.1 Primer párrafo: en el enunciado sobre el principio de la relatividad se dice “...cualquier sistema moviéndose con velocidad uniforme” pero no se especifica con respecto a qué observador es esa velocidad.

1.2. Sugiero decir “...el éter está quieto y fijo a las estrellas...” decir pegado puede llevar a una confusión.

1.3. Primer párrafo. En este punto de la lectura no se han definido los sistemas de referencia admisibles.

Ecuación (1.9) Al tomar la derivada con respecto al tiempo del lado izquierdo se hace con respecto a  $t$  y en el lado derecho con respecto a  $t'$ . Esto es válido porque el tiempo de Galileo es universal, me parece importante mencionarlo al llegar a esta ecuación.

1.3.1

Typo en el primer renglón del primer párrafo: “..un gráfico”.

Ídem segundo párrafo “coordenados”

Figura 1.4 Me parece que hay un error en las etiquetas de los ejes.

1.4 Punto 3. No me queda claro que quiere decir el autor con tiempo isótropo

1.5 Segundo párrafo “en un mismo lugar deben (deben guardar) estar relacionados”

Figura 1.8 La figura ilustra intervalos por lo que las leyendas deberían ser, temporaloides, luminoides y espacialoides.

1.6. Después de la ecuación 1.51 Hablar que el tiempo corre mas lento da una noción errónea de velocidad, los resultados mostrados indican que los lapsos de tiempo son más cortos. Lo mismo ocurre

en el párrafo antes del ejemplo 1.1, se habla de “el tiempo disminuye su velocidad...”

Después de la ecuación 1.56. El tiempo propio es único para cada observador, por lo tanto no es universal. Puede coincidir con el de todos los observadores que están en reposo uno con respecto al otro.

1.7 La ecuación antes de la Ec. (1.61). La segunda igualdad se basa en la validez entre relaciones entre intervalos diferenciales, pero la ecuación le está dando a la derivación temporal un carácter de operador. Se puede llegar al mismo resultado utilizando la regla de la cadena identificando que las cantidades con ' dependen de las cantidades sin prima.

Después de la ecuación 1.80 se afirma que la aceleración es perpendicular a la velocidad en el caso Newtoniano. Esto solamente ocurre cuando el módulo de la velocidad es constante.

Figura 1.11 Me parece más conveniente hablar de “curvas hiperbólicas descritas...” más que de trayectorias.

Figura 1.13. Las líneas punteadas no son paralelas a los ejes, como se afirma en el texto (que es correcto). Me parece que el trazo se movió.

Hay un typo (latex?) en el enunciado antes ecuación (1.92).

Después de la ecuación 1.114 se impone la igualdad, pero en el enunciado siguiente se supone otra cosa. La conclusión de la ecuación 1.115 es correcta y se sigue sin necesidad de tomar “Suponiendo que ...”

Ecuación 1.119. ¿Cuáles son los elementos que faltan en las matrices?

Figura 1.21. ¿A que velocidad hace referencia el vector  $v$ ?

Párrafo siguiente a la ecuación (1.153). El tiempo y las posiciones no se tratan de la misma forma en la ecuación de Klein Gordon. Un cambio de signo cambia completamente la estructura de la ecuación diferencial.

No se entiende la última frase del párrafo después de la ecuación (1.176). Me parece que falta (o sobra) algo.

1.11.3 En el proceso descrito después de las relaciones de las energías, ¿cómo es posible que  $\phi$  emita un fotón. ¿No hay violación de momento de conservación de 4 momento?

Ejercicio 1.5 inciso c) Falta indicar el objetivo para poder describir la velocidad.

Antes de la ecuación (2.10). Un índice corre sobre las componentes de la base y el otro corre sobre los elementos de la base. Hacer una distinción.

Segundo párrafo después de la ecuación 2.40. “son los mismos para cualquier punto del ...” Los vectores base de Minkowski en coordenadas esféricas no son los mismos en cualquier punto.

2.2 Typo en el tercer reglón contando hacia arriba. “Si un formalismo...”

2.3 en el quinto renglón se habla de “elementos del fluido adyacente” pero en la definición de tensor de energía momento no se ha hecho referencia previa a que sea trate de un fluido, de hecho, las definiciones usadas son generales.

En el párrafo de la ecuación 2.162, debería evitarse el uso de la palabra típicamente, en modelos estelares en relatividad general la ecuación de estado politrópica así como la de gas idea son muy utilizadas.

Después de la ecuación 2.197 “esta es una propiedad *general*...” en la sección indicada se muestra que esto solamente ocurre cuando no hay torsión.

Typo en el párrafo después de la ecuación 2.198, “debido a la nueva elección...”

Después de la ecuación 2.213 el párrafo que comienza con “Derivada covariante...” Parece importante mencionar que deben ser transformaciones de Lorentz.

En la ecuación 2.214 ya se implica que la derivada covariante es compatible con la métrica y eso es lo que se quiere demostrar.

No es clara la notación utilizada para los vectores base en la primera línea después de la ecuación 2.234.

Typo en el símbolo de Christoffel en el renglón párrafo previo a la ecuación 2.237.

2.6.1 En el primer párrafo no se ha definido el concepto de paralelismo que es crucial para el desarrollo posterior.

En la figura 2.3 Convendría hablar de geodésicas más que de “rectas” en la superficie de la esfera.

En la nota al pie de página 10. valdría la pena entonces hablar de curvas extremales.

Typo en la ecuación 2.275, el segundo elemento diferencial debe ser “ $\varphi$ ”

2.7 Typo en el tercer párrafo “a lo largo de las direcciones fijas..”

Después de la ecuación 2.314 es preferible utilizar coordenadas cartesianas a “coordenadas triviales”

Nota al pie de página 14. Es preferible mencionar que el operador derivada covariante es compatible con la métrica en vez de introducir una nueva operación como el conmutador.

Después de la ecuación 2.335 se ha utilizado la simetría del tensor de Einstein para escribir la expresión pero no se ha mencionado esta propiedad anteriormente.

Ecuación 2.344. Falta un factor de 1/2 en la definición del anti-conmutador.

La derivación de la implicación en la ecuación 2.371 es poco clara sin más información sobre  $\rho$ .

Enunciado antes de 3.2.1 Sugiero reemplazar “...todo nuestro universo” por “el universo como un todo”

Párrafo después de la ecuación 3.39. La elección del término  $r^2 d\Omega^2$  fija el radio de las esferas, es la llamada coordenada de radio de área y no la simetría esférica. En este tenor su forma no es “imprescindible”

Párrafo después de la ecuación 3.76

Se dice que se emite un fotón con periodo  $\Delta t$  y esto se entiende que existe una fuente que está emitiendo un fotón con ese periodo. Sin embargo, después se habla de la frecuencia del fotón (o la luz asociada) y se relaciona con el inverso del periodo antes mencionado lo cual en principio no están relacionados.

3.3.3

En el primer párrafo. Al ser la fuerza gravitacional newtoniana derivable de un potencial es conservativa, por lo tanto para ella la energía si se conserva bajo su acción.

En la enumeración anterior a la ecuación 3.98. Punto 3. Las órbitas en el potencial efectivo de Schwarzschild son acotadas pero no son elipses.

Párrafo después de la ecuación 3.103. El radio de Schwarzschild ya estaba definido en la ecuación 3.72

3.3.5

Al utilizar el elemento de línea en coordenadas esféricas existe otra singularidad coordenada, en  $\theta=0$  la métrica no es univaluada pues hay infinidad de valores de  $\varphi$  que caracterizan a ese punto. El polo norte es otra singularidad coordenada.

caracterizar a  $r=0$  como “singularidad física” a diferencia de las singularidades coordenadas.

Utilizar el término “real” para una singularidad puede dar lugar a otras interpretaciones, en este contexto me parece mas adecuado utilizar el término singularidad “físicas” para diferenciarlas de las singularidades coordenadas.

Es conveniente indicar los límites de integración para obtener la ecuación 3.108 a partir de la ecuación 3.107.

Typo en el párrafo después de la ecuación 3.113 en el elemento infinitesimal  $d\rho$

Final de la sección 3.3.5, en el penúltimo párrafo.

Pareciera que el autor se refiere al punto de intersección entre los ejes u y v con el enunciado “Puede existir una conexión entre las regiones I y III...a través de la singularidad” Sin embargo, la singularidad corresponde a las curvas en  $r=0$ , en las regiones II y IV.

Segundo párrafo después de la ecuación 3.120

La afirmación del autor no considera otros procesos como captura de material que conlleva a aumentar la masa y el momento angular del agujero negro.

Párrafo después de la ecuación 3.236 ¿Por qué el umbral de temperatura es 10 veces menor que la temperatura asociada a la energía de ionización?