

1 Árbitro 1.

Agradezco al árbitro sus comentarios. En especial, su apropiada observación sobre el éter de Descartes, que ha sido considerada en el texto.

Existen varias razones para hacer una discusión amplia sobre 1-formas y otros aspectos tensoriales en el capítulo 2, y para evitar la mención de, por ejemplo, los coeficientes de Cartan, mencionados por el árbitro. El texto busca evitar que el tratamiento de las herramientas de la relatividad especial y general sea superficial e injustificado. Particularmente, es frecuente en textos introductorios que no se expliquen las razones del uso de los tensores o por las que las componentes de los tensores con superíndices difieren sustancialmente de las que exhiben subíndices. De igual forma, el origen de la covariancia de las componentes de los tensores y las razones de las distintas reglas de covariancia son casi siempre introducidas como recetas mecánicas. Incluso el propio concepto de tensor es pospuesto para textos avanzados, a pesar de que son elementos fundamentales de todo el tratamiento relativista. Por otro lado, considero que el estudio de la torsión, en el que es frecuente hablar de los coeficientes de Cartan en el contexto de espacios de Finsler de 1-formas, es bastante más avanzado. En especial, mientras que los tensores aparecen en las ecuaciones fundamentales de la relatividad general, las de Einstein, la torsión no parece tener impacto en ninguna de las confirmaciones observacionales de la relatividad general y, en muchos sentidos, aún se considera que hay aspectos controversiales (tales como el origen de la torsión).

Reconociendo que distintos docentes podrían tener un ritmo de trabajo distinto al que se plantea en el Prefacio, se han incluido asteriscos en los títulos de las secciones que considero que podrían ser ignoradas en una primera revisión del texto. En consistencia con esta filosofía, considero que no es sano incluir nuevas secciones en el libro. Sin embargo, insistiría en que la mayoría de los temas propuestos y la profundidad con la que se plantean en el texto sí es alcanzable en un curso dinámico en el que los estudiantes adquieran un ritmo de estudio propio y busquen realizar los ejercicios planteados al final de cada capítulo.

Finalmente, difiero de la opinión del árbitro con respecto a que el texto propuesto es sólo ideal para estudiantes de posgrado y/o investigadores. Aunque algunos estudiantes de posgrado podrían encontrar útiles algunas de las discusiones, opino que la mayoría de ellos lo encontrarían bastante básico; y estoy convencido de que los investigadores del área no lo encontrarían útil. Proponer este libro como texto para los estudiantes de licenciatura se basa en mi propia experiencia. He impartido varias veces el curso de relatividad, basándolo en el contenido del texto, y los estudiantes han sido capaces de enfrentarse exitosamente a los complicados temas presentados, demostrando una vez más el nivel de madurez que tienen y que no deberíamos subestimar. Asimismo, debo subrayar que el contenido del texto sólo difiere del temario aprobado por el Consejo Universitario de la UNAM para la carrera en Física en la profundidad de las discusiones sobre relatividad especial. El temario aprobado supone que los estudiantes ya analizaron la relatividad especial en el curso previo de Electromagnetismo I, lo cual desafortunadamente sólo es discutido por la minoría de los profesores que imparten esa asignatura.

2 Árbitro 2.

Agradezco al árbitro el tiempo invertido en la lectura del texto propuesto y sus observaciones.

En efecto, como el árbitro menciona, los temas que presenta el libro en revisión han sido discutidos en varios textos y, algunos, en artículos recientes. Sin embargo, como él mismo observa y también es explícitamente manifestado en el Prefacio, el texto busca presentarlos de una manera diferente y en el idioma de los estudiantes, facilitándoles su acceso a esta área de la investigación. Hay otras razones también citadas en el Prefacio para esta propuesta. Por ejemplo, ninguno de los textos que conozco tiene una introducción accesible (para estudiantes de licenciatura) y suficientemente completa a ambas ramas de la relatividad; asimismo, el texto analiza varios tópicos dirigidos a estudiantes que se deseen especializar en gravitación y altas energías, los cuales típicamente no se estudian en textos sobre relatividad, aunque forman parte de ésta; y, finalmente, aunque en un orden diferente y con una profundidad algo mayor, el texto está basado en el temario propuesto para el curso de Relatividad, impartido en la licenciatura en Física de la UNAM, por lo que es una herramienta bibliográfica adicional para la enseñanza de ese curso.

3 Árbitro 3.

Le agradezco profundamente al árbitro haberse tomado tan seriamente su papel como revisor de mi texto. Todas sus anotaciones han sido de enorme relevancia y definitivamente contribuyeron a mejorar el borrador inicial.

En la mayoría de los casos, he implementado correcciones de acuerdo a las observaciones del árbitro. Para algunos casos, he encontrado que las objeciones pueden ser respondidas directamente o requieren una breve aclaración independiente al libro. Para esos casos, hago las siguientes observaciones:

- *En el apartado de convenciones, al definir la convención de suma de Einstein...*
Le agradezco la observación al revisor. He hecho al respecto una aclaración sustancial en la sección de convenciones que considero que permite al lector las nuevas convenciones sin confusión. Además, el tratamiento a lo largo del capítulo 1 (y también del capítulo 2) permite al lector pronto abandonar la notación en términos de índices espaciales, para adaptarse a la notación covariante, con índices espacio-temporales.
- *1.3. Primer párrafo. En este punto de la lectura no se han definido los sistemas de referencia admisibles.*
De hecho, muchos de los aspectos de la enunciación general del principio de la relatividad no han sido definidos en ese punto. La idea es que los siguientes párrafos los definan. En mi opinión, el tercer párrafo debería resolver la duda de un joven lector.
- *Después de la ecuación 1.56. El tiempo propio es único para cada observador, por lo tanto no es universal. Puede coincidir con el de todos los observadores que están en reposo uno con respecto al otro.*
En este punto difiero de la opinión del árbitro. El tiempo propio es único para cada trayectoria en espacio-tiempo, no para cada observador. Lo relevante de la ecuación 1.56 es justamente que cualquier observador externo que analiza el movimiento de un sistema en una trayectoria con tiempo propio τ y que se mueve inercialmente con respecto al reposo, puede determinar el mismo τ ; esa es la razón por la que τ es invariante bajo transformaciones de Lorentz.
- *1.11.3 En el proceso descrito después de las relaciones de las energías, ¿cómo es posible que ϕ emita un fotón? ¿No hay violación de conservación de 4-momento?*
La respuesta corta es no, jamás. Pero el problema no es el fotón, sino la partícula *virtual* ϕ . Al emitir el fotón, ϕ altera su 4-momento, satisfaciendo siempre el principio de conservación. Sin embargo, en una situación como la presentada esquemáticamente en la figura 1.22, el momento lineal espacial de ϕ tras la emisión del fotón es mayor que el que tenía antes de emitirlo; esto implica particularmente que, tras emitir el fotón, no satisface la relación $p^2 = m^2c^2$. A este tipo de partículas se les llama *virtuales*.
He añadido esta aclaración como la nota de pie número 25.
- *Segundo párrafo después de la ecuación 2.40. “son los mismos para cualquier punto del ...” Los vectores base de Minkowski en coordenadas esféricas no son los mismos en cualquier punto.*
Es verdad que los vectores base e_μ cambian de punto a punto en espacio-tiempo para elecciones de coordenadas con métrica arbitraria. Sin embargo, la discusión en el párrafo referido

concierno solamente al caso en que el producto $e_\mu \cdot e_\nu$ conduce a las entradas de la métrica de Minkowski $\eta = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$. Por esta razón, considero que el enunciado es adecuado.

- *Después de la ecuación 2.213 el párrafo que comienza con “Derivada covariante...” Parece importante mencionar que deben ser transformaciones de Lorentz.*

Lo fantástico de la notación covariante es que las ecuaciones escritas así son las mismas al aplicarles cualquier difeomorfismo, no sólo uno de Lorentz.

- *En la ecuación 2.214 ya se implica que la derivada covariante es compatible con la métrica y eso es lo que se quiere demostrar.*

Nuevamente, es la notación covariante la que está en juego en este caso. Definamos el tensor (1,1) t mediante $t^\alpha{}_\nu \equiv V^\alpha{}_{;\nu}$, lo cual es válido porque, a diferencia de la derivada no covariante (la simple parcial), la covariante si se transforma como un tensor ante difeomorfismos. Para el tensor t , es siempre válido que podemos transformarlo en un tensor (0,2) mediante la aplicación del tensor métrico, tal que $t_{\mu\nu} = g_{\mu\alpha} t^\alpha{}_\nu$.

- *Párrafo después de la ecuación 3.76. Se dice que se emite un fotón con periodo Δt y esto se entiende que existe una fuente que está emitiendo un fotón con ese periodo. Sin embargo, después se habla de la frecuencia del fotón (o la luz asociada) y se relaciona con el inverso del periodo antes mencionado lo cual en principio no están relacionados.*

Creo que esto se trata de una confusión debida a la redacción del texto. He hecho cambios en el texto que podrían aclarar el mensaje y, en mi opinión, resolver la duda del árbitro.

- *3.3.3 En el primer párrafo. Al ser la fuerza gravitacional newtoniana derivable de un potencial es conservativa, por lo tanto para ella la energía si se conserva bajo su acción.*

La observación del árbitro es absolutamente correcta. Debido a esa y otras muchas imprecisiones en esa sección, he decidido sustituirla por completo.

- *Es conveniente indicar los límites de integración para obtener la ecuación 3.108 a partir de la ecuación 3.107.*

La obtención de esa ecuación (ahora ec. (3.106)) era defectuosa. Se han revisado las premisas y corregido tanto el resultado como su explicación.

- *Final de la sección 3.3.5, en el penúltimo párrafo...*

En efecto, la elección de palabras era absolutamente inapropiada y daba la idea de que se plantea una conexión a través del origen de las coordenadas de Kruskal-Szekeres. He mejorado la explicación y el diagrama, para establecer con claridad qué punto de vista conduce a la apreciación de los agujeros de gusano en el espacio-tiempo de Schwarzschild.

- *Párrafo después de la ecuación 3.236 ¿Por qué el umbral de temperatura es 10 veces menor que la temperatura asociada a la energía de ionización?*

Como se indica en el texto, la temperatura de recombinación resulta (**mucho**) menor que la temperatura de ionización del hidrógeno en su estado base por dos razones. La primera es que, los primeros átomos de hidrógeno se formaron en un estado excitado; por lo tanto, bastaba una energía por debajo de los 160,000 K para ionizar el hidrógeno. Sin embargo, este efecto no es dominante. La segunda razón es la crucial. Si el proceso de transición entre hidrógeno ionizado e hidrógeno no ionizado ocurrió en equilibrio, la ecuación que determina la temperatura a la cual deja de haber hidrógeno ionizado está determinada por la ecuación

de Saha (3.237). Y la temperatura cae, no sólo 10 veces por debajo de la temperatura de ionización del hidrógeno, sino hasta a 3,100 K (!), temperatura que cae en el régimen o la época de materia, por debajo de 16,000 K.

Considero que la explicación del texto, aunque larga, contiene esta información, razón por la que no he efectuado ningún cambio en el texto.