

FUNDAMENTOS DEL  
ELECTROMAGNETISMO Y DE LA  
MECÁNICA CUÁNTICA

Eugenio Ley Koo

**CopIt-arXives**  
Publishing Open Access  
with an Open Mind  
2024

Este libro contiene material protegido por leyes de autor

Todos los derechos reservados © 2024

Publicado electrónicamente en México, por CopIt-arXives

Obra editada por Pedro Miramontes

Diseño de portada Octavio Miramontes. Imagen tomada de Wikipedia.

*FUNDAMENTOS DEL ELECTROMAGNETISMO Y DE LA MECÁNICA CUÁNTICA*

[Autor] Eugenio Ley Koo — México CDMX: CopIt-arXives, 2024

Incluye bibliografías e índice

ISBN: 978-1-938128-32-5 ebook

**Derechos y permisos**

Todo el contenido de este libro es propiedad intelectual de sus autores quienes, sin embargo, otorgan permiso al lector para copiar, distribuir e imprimir sus textos libremente, siempre y cuando se cumpla con lo siguiente: (i) el material no debe ser modificado ni alterado, (ii) la fuente debe ser citada siempre y los derechos intelectuales deben ser atribuidos a sus respectivos autores, (iii) estrictamente prohibido su uso con fines comerciales.

El contenido y puntos de vista planteados en cada capítulo es responsabilidad exclusiva de los autores y no corresponden necesariamente a los de los editores o a los de ninguna institución, incluidas CopIt-arXives o la UNAM.

Producido con software libre incluyendo  $\text{\LaTeX}$ . Indexado en el catálogo de publicaciones electrónicas de la UNAM y en Google Books.

Todas las figuras e imágenes son cortesía de [www.wikimedia.org](http://www.wikimedia.org) o bien de los autores, a menos que se señale lo contrario explícitamente.

**ISBN: 978-1-938128-32-5 ebook**

<http://copitarxives.fisica.unam.mx>

**Este libro ha pasado por revisión de pares**

**CopIt-arXives**

Cd. de México - Cuernavaca - Madrid - Curitiba

Viçosa - Washington DC - Mallorca - London

Con el apoyo de la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Instituto de Física

## ÍNDICE

NOTA	1
PRÓLOGO	3
INTRODUCCIÓN	7
<b>I Fundamentos comunes del electromagnetismo y la mecánica cuántica</b>	<b>11</b>
EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN EN LAS ECUACIONES DE MAXWELL Y DE SCHRÖDINGER	13
LA CUANTIZACIÓN COMO PROBLEMA DE EIGENVALORES EN LAS ECUACIONES DE MAXWELL Y DE SCHRÖDINGER	17
SIGNIFICADO FÍSICO DE LOS POTENCIALES ELECTROMAGNÉTICOS, CUÁNTICAMENTE SEGÚN AHARONOV-BOHM Y CLÁSICAMENTE SEGÚN FARADAY-MAXWELL	19
EL ELECTROMAGNETISMO Y LA MECÁNICA CUÁNTICA EN NIVELES LINEALES Y CUADRÁTICOS, SEGÚN DYSON.	23
<b>II Simetrías y cuantización en la radiación electromagnética, la materia y sus interacciones</b>	<b>27</b>
SIMETRÍAS DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL	29
NUEVAS FORMAS DE LUZ: MÁSER Y LÁSER. HACES DE LUZ ADIFRACCIONALES	35

<b>INTERACCIÓN DE RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y MATERIA: POLARIZACIÓN, MAGNETIZACIÓN Y TOROIDIZACIÓN</b>	<b>39</b>
<b>EL TEOREMA DE HELMHOLTZ Y SU EXTENSIÓN EN EL FORMALISMO DE DEBYE: CAMPOS LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES (TOROIDALES Y POLOIDALES)</b>	<b>43</b>
<b>III Interpretaciones de la mecánica cuántica con base en experimentos pensados y realizados</b>	<b>47</b>
<b>INTERPRETACIÓN DE LA MECÁNICA CUÁNTICA CON BASE EN EXPERIMENTOS PENSADOS: EN 1935 POR EINSTEIN, BOHR Y SCHRÖDINGER</b>	<b>49</b>
<b>EXPERIMENTOS DE DOS ESTADOS FOTÓNICOS ENREDADOS EN POLARIZACIÓN Y POSICIÓN EN TRES GENERACIONES</b>	<b>53</b>
<b>EXPERIMENTOS DE GATITOS DE SCHRÖDINGER EN ESTADOS DE UN ION ATÓMICO EN UNA TRAMPA Y DE ESTADOS FOTÓNICOS EN UNA CAVIDAD ELECTROMAGNÉTICA</b>	<b>61</b>
<b>EXPERIMENTOS DE SALTOS CUÁNTICOS Y DE COHERENCIA Y DECOHERENCIA COMO FRONTERA CUÁNTICA Y CLÁSICA</b>	<b>71</b>
<b>LECTURAS RECOMENDADAS</b>	<b>77</b>

## NOTA

Con gran pesar, comunicamos que Eugenio Ley Koo falleció el 8 de mayo de 2024, antes de que este libro pudiera publicarse. Eugenio dejó avanzados borradores de once capítulos y un esquema del duodécimo. Nosotros hemos asumido con gusto la tarea de organizar el manuscrito, corregir errores y darle su forma final.

Lamentablemente, los dos últimos capítulos, donde Eugenio narra algunas de sus experiencias personales en diversos centros de investigación alrededor del mundo, se encuentran en un estado preliminar. Además, en estos capítulos, nos comparte su perspectiva sobre la frontera entre el mundo cuántico y el clásico, basada en evidencia experimental. Hemos decidido mantener ambos capítulos tal como lo dejó Eugenio, y pedimos indulgencia a los lectores si encuentran referencias a figuras inexistentes o a secciones que no se encuentran. Lo mismo podemos decir de las figuras faltantes en algunos capítulos anteriores.

Este libro es un testimonio del inmenso talento y la visión de Eugenio Ley Koo. Su dedicación y amor por el conocimiento se reflejan en cada página. Esperamos que los lectores aprecien la profundidad y el rigor de su trabajo, así como su enfoque singular, que ha dejado una marca indeleble en su campo.

Ricardo Méndez Fragoso  
Pedro Miramontes  
Ciudad de México, primavera  
del 2024.

---

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

## PRÓLOGO

EL Profesor Eugenio Ley Koo es investigador del Instituto de Física de la UNAM y profesor de la Facultad de Ciencias. A lo largo de su carrera académica ha impartido cursos de Electromagnetismo, Mecánica Cuántica y Matemáticas Avanzadas de la Física, y ha contribuido de forma sustancial a la formación de muchas generaciones de físicos mexicanos. Además de impartir cursos, Ley Koo disfruta mucho de organizar e impartir ciclos de conferencias sobre temas muy interesantes en física, principalmente en los temas de electromagnetismo, relatividad y mecánica cuántica.

Este libro es el resultado de un ciclo de doce conferencias que Ley Koo impartió a lo largo del 2020 sobre temas de electromagnetismo y mecánica cuántica. El objetivo de este ciclo de conferencias fue proporcionar los principales conceptos y conexiones entre diferentes temas que se abordan en electromagnetismo y mecánica cuántica. En estas charlas se resaltaron sus similitudes y diferencias con la finalidad de establecer de forma clara sus conexiones. De esta manera, estas conferencias se han convertido en los capítulos centrales de este libro. El autor de esta obra las agrupó principalmente en tres partes, cada una de cuatro conferencias o capítulos, con la finalidad de mostrar diferentes puntos de contacto entre los tópicos que se abordan. Y precisamente ese es el punto clave de este libro; exhibir las conexiones, tanto a nivel de la física como histórico. Es bien conocido que Ley Koo le gusta poner los descubrimientos científicos dentro del contexto histórico en el que se desarrollan con la finalidad de vislumbrar de forma natural los avances científicos.

En la primera parte se abordan conceptos como el principio de superposición, eigenvalores, el concepto de potencial a nivel clásico y cuántico, así como sus propiedades dinámicas. En este sentido, esta primera sección pone de manifiesto los principales conceptos que son, hasta cierto punto muchas veces mal interpretados y que son esenciales para comprender fenómenos de interferencia y energía.

En la segunda parte se revisan los conceptos de simetrías de las ecua-

ciones de Maxwell y la interacción radiación-materia que da lugar a las primeras conexiones entre el electromagnetismo y la mecánica cuántica. En esta sección se expone la riqueza estructural de las ecuaciones de Maxwell para producir luz adifraccional con propiedades de momento angular bien definidas. También se habla sobre los procesos de interacción entre la luz y la materia, sobre todo con cantidades dinámicas que se ven poco en la literatura tradicional. Así mismo se proporcionan los conceptos básicos para incorporar la estructura de un material y analizar su interacción con la luz.

La tercera parte es una integración de los conceptos e ideas planteadas en las dos secciones anteriores. Aquí se abordan temas que fueron el centro de discusión a inicios del establecimiento de la mecánica cuántica y que tienen que ver con la interpretación de esta última. En particular se resaltan las discusiones de los actores principales del siglo XX en la construcción de la física contemporánea como Einstein, Bohr, Schrödinger, de Broglie, Heisenberg, por mencionar algunos. Entre estas discusiones se encuentran la paradoja EPR (Einstein, Podolsky y Rosen), interpretación probabilística, la dualidad onda-partícula, etc. Posteriormente se tocan aspectos relacionados con los experimentos realizados en la segunda mitad del siglo XX e inicios del XXI en los que se exhiben propiedades cuánticas que se creían que eran únicamente del ámbito académico como la superposición y el proceso mismo de la medición. Dentro de estos experimentos destacan los relacionados con las desigualdades de Bell, superposición de estados tipo Schrödinger, los experimentos de Aharonov y Bohm, y las diferentes interacciones de la luz con materiales y metamateriales. Estas aportaciones son de gran importancia hoy en día para el desarrollo de las nuevas tecnologías cuánticas, mismas que no son de uso masivo, pero de las que la población en general se ha empezado a beneficiar, principalmente en las áreas de manejo de información y telecomunicaciones.

Sin duda, el lector encontrará en este libro un excelente compendio de conocimientos alrededor de los conceptos clave para entender la naturaleza de la luz y la mecánica cuántica. Adicionalmente, se mencionan algunas aportaciones mexicanas realizadas en dichas áreas y su contexto en el avance de la construcción de nuevos y novedosos experimentos. Así mismo, este libro nos invita a la reflexión sobre la naturaleza misma de la luz en el contexto de la mecánica cuántica y su interacción con la materia. Finalmente, quiero agradecer a Eugenio Ley Koo y a Pedro Miramontes por la invitación a escribir el prólogo de este libro, y estoy seguro que los lectores encontrarán muy interesante su lectura.

Ricardo Méndez Fragoso  
Facultad de Ciencias, UNAM.  
Primavera del 2024

---

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

## INTRODUCCIÓN

Este libro está basado en el Ciclo Semestral de doce Conferencias con el mismo título, impartido en la Facultad de Ciencias de la UNAM en Febrero-Marzo y Agosto-Septiembre de 2020. Una contribución previa del autor en la Revista Ciencias de la misma Facultad, titulada *La Hipótesis Cuántica de la Luz* (2005), se concentró en explicar el desarrollo de la mecánica cuántica y sus aplicaciones a lo largo de su primer siglo. En la presente obra se subraya la importancia de reconocer, revisar y conectar los fundamentos comunes del electromagnetismo y la mecánica cuántica.

Las doce conferencias se dividieron en tres tercios con elementos conceptuales comunes, los cuales aclaran dudas compartidas en diferentes disciplinas cuando se plantean y analizan conjuntamente. Específicamente, en el primer tercio se consideran sucesivamente: 1) El Principio de Superposición, 2) El Problema de los Eigenvalores, 3) El Significado Clásico y Cuántico de los Potenciales Electromagnéticos y 4) Soluciones Lineales de las Ecuaciones Dinámicas y Propiedades Dinámicas Cuadráticas en esas soluciones. El tercio intermedio se enfoca en la radiación electromagnética y sus interacciones con la materia, abarcando: 5) Simetrías de las ecuaciones de Maxwell, 6) Nuevas Formas de Luz, 7) Nuevas formas de materia y de procesos, y 8) Del Teorema de Helmholtz al Formalismo de Debye. El tercio final se dedica a las interpretaciones de la mecánica cuántica basadas en experimentos realizados y pensados: 9) Einstein, Bohr, Schrödinger en 1935, 10) Fotones enredados en el experimento de Aspect, acerca de las violaciones las desigualdades de Bell, en 1982; telefonía suiza en 1995, y en satélite y tres observatorios en 2018, 11) Gatitos de Schrödinger, Saltos cuánticos en un solo ion y en un solo fotón con Wineland y Haroche en 2012, y 12) Coherencia y Decoherencia con Żurek en 1991.

Consecuentemente, la presentación de esta contribución se realiza en cuatro partes cada una con cuatro capítulos como lo indica el índice general.

Primera parte. Ecuaciones de Maxwell y de Schrödinger, Radiación Electromagnética y Materia y sus Interacciones. Aquí se discuten las conexiones

entre los tres tercios del ciclo de conferencias identificando los problemas específicos de cada uno, sus metodologías comunes y extensiones, y con ilustraciones de nuevas soluciones.

Segunda Parte. Fundamentos Comunes de Electromagnetismo y Mecánica Cuántica. Donde se proporcionan detalles ilustrativos de principios, metodologías, conceptos y estructuras comunes en ambas áreas.

Tercera parte Nuevas formas de radiación electromagnética, de materia y de sus interacciones.

Cuarta parte. Interpretaciones de la Mecánica Cuántica con base en experimentos y experimentos pensados y

El lector puede apreciar las diferencias entre los títulos de las conferencias en el ciclo semestral y en el primer párrafo de la Introducción, debido a que en esta versión escrita el objetivo es destacar lo común y lo diferente en los fenómenos electromagnéticos y en los fenómenos cuánticos. También se deben señalar los títulos representativos de cada tercio del Ciclo, y de su conjunto en esta sección. Aquí el objetivo es dar una descripción breve de cada tercio, y subrayar las conexiones sucesivas entre ellos tomando en cuenta que el primer tercio contiene el formalismo matemático de cada área; el segundo tercio discute la física de nuevas formas de luz o de radiación electromagnética, de materia y de sus interacciones, como soluciones de las ecuaciones del primer tercio; y el tercer tercio se enfoca en experimentos con formas elementales de materia y de luz para poner a prueba las interpretaciones de la mecánica cuántica, comparando las predicciones de la mecánica cuántica con las de la teoría de variables escondidas de Bell, y afirmaciones de Einstein y Schrödinger.

El autor agradece a la Facultad de Ciencias de la UNAM el apoyo brindado para dictar el ciclo de conferencias en el que se basa este *eBook*, así como la grabación de las mismas durante el semestre de Febrero-Agosto de 2020, con cinco conferencias presenciales y siete en línea.

También se agradece al Prof. Pedro Miramontes, Director de la Revista Ciencias de nuestra Facultad, por la invitación a escribir un artículo de divulgación sobre la Mecánica Cuántica. Debido a la extensión del manuscrito resultante, que excede las reglas editoriales de la Revista, el Profesor Miramontes sugirió su publicación como *eBook* por Copit-UNAM y se encargó de realizar los cambios editoriales necesarios.

Además, se agradece a los profesores Miramontes y Ricardo Méndez Frago por leer el texto y escribir el prólogo.

Finalmente, se expresa agradecimiento a las Secretarías de mi Departamento de Física Teórica, Lizette Ramírez y María Luisa Araujo, por su

apoyo tanto en la organización del ciclo de conferencias como en la captura de la versión inicial del texto.

El autor tiene el placer de dedicar esta obra a su nieto Juan Juarenguarani.

Se agradece también el apoyo del Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología (CONAHCYT) como miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

I.

**FUNDAMENTOS COMUNES DEL ELECTROMAGNETISMO Y LA  
MECÁNICA CUÁNTICA**



## EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN EN LAS ECUACIONES DE MAXWELL Y DE SCHRÖDINGER

EN electromagnetismo y en mecánica cuántica se reconocen la validez de principios de superposición; de el problema de eigenvalores que tiene asociados efectos de cuantización; el uso de los potenciales electromagnéticos, escalar y vectorial, con significados diferentes en cada área; y el uso de campos de fuerza y de funciones de onda, respectivamente, y de formas cuadráticas de los mismos asociadas a las propiedades dinámicas de los sistemas respectivos. En estos temas se formulan las siguientes preguntas sucesivas: ¿Existe una conexión entre los principios de superposición de electromagnetismo y de mecánica cuántica? Schrödinger tituló sus trabajos Cuantización como Problema de Eigenvalores, ¿Cuál es la cuantización en electromagnetismo? Aharonov y Bohm plantearon la pregunta sobre el significado cuántico de los potenciales electromagnéticos; el Autor agrega la pregunta sobre el significado clásico, y subraya la conexión entre ellos. Dyson argumentó que el nivel lineal en el uso de campos y funciones de onda no es observable, y el nivel cuadrático sí lo es; el Autor señala que el carácter ondulatorio de la luz y de la materia se observa directamente en fenómenos de interferencia y difracción en el primer nivel. Las respuestas a estas preguntas se encuentran al comparar las ecuaciones de Maxwell y de Schrödinger, y sus soluciones para la radiación electromagnética y la materia.

Las leyes de la física tienen un sustento observacional y experimental, y también formulaciones matemáticas. Las últimas permiten el análisis de sistemas físicos específicos y describir sus comportamientos en situaciones conocidas o nuevas: para las primeras se pueden formular explicaciones de los comportamientos experimentalmente observados; para las segundas se pueden formular predicciones que conducen a planear y realizar nuevos experimentos para ponerlas a prueba. El lector puede ver ejemplos de este tipo en el ciclo de conferencias Historias Clásicas y Modernas de Física y Matemáticas del Autor en TV Ciencias, y en el artículo antes mencionado

de Ciencias en que se ilustra como los intentos de entender los espectros característicos de las radiaciones emitidas o absorbidas por los elementos químicos condujeron a la formulación de la mecánica cuántica y su desarrollo.

Las ecuaciones de Maxwell son la expresión matemática de las leyes de la electrodinámica: La ley de Gauss eléctrica reconoce que las cargas eléctricas son fuentes de flujo eléctrico. La ley de Gauss magnética reconoce que no hay fuentes de flujo magnético. La ley de Faraday reconoce que la rapidez de cambio con respecto al tiempo del flujo magnético es fuente de circulación eléctrica. La ley de Ampère-Maxwell reconoce que hay dos fuentes de circulación magnética: corrientes de cargas eléctricas y la rapidez de cambio con respecto al tiempo del flujo eléctrico. Adicionalmente, se tiene la conservación de carga, bajo la forma de la ecuación de continuidad: divergencia de la densidad de corriente más la derivada parcial con respecto al tiempo de la densidad de carga es cero. Para cada distribución de cargas y corrientes, los campos eléctricos y magnéticos son soluciones de las ecuaciones de Maxwell. El principio de superposición establece que para una superposición de diversas distribuciones de cargas y corrientes, los campos respectivos son la misma superposición de los campos individuales.

La ecuación de Schrödinger describe la dinámica cuántica de sistemas materiales, igualando la acción del operador Hamiltoniano con la acción de la derivada parcial con respecto al tiempo sobre la función de onda. El Hamiltoniano tiene un término de energía cinética, proporcional al operador Laplaciano, y un término de energía potencial. Para cada potencial, la ecuación tiene una base completa de soluciones ortonormales. El principio de superposición establece que cualquier superposición de las soluciones de la base es también una solución. Cada función de onda es una amplitud de probabilidad, el producto con su compleja conjugada es una densidad volumétrica de probabilidad, y su integral volumétrica es cien por ciento o uno.

Para identificar la conexión entre los principios de superposición en los temas respectivos regresamos al caso del electromagnetismo. Efectivamente, los sistemas electromagnéticos incluida la radiación electromagnética tienen una densidad de energía distribuida en el espacio, proporcional a la suma de los productos escalares de los campos eléctricos y magnéticos con sus respectivos complejos conjugados. La integral volumétrica de esa densidad es la energía total del sistema electromagnético; en particular para la radiación electromagnética de una frecuencia dada esa energía es  $nhf$ ,

un múltiplo entero del cuanto de luz, según Einstein (1905). La conexión buscada se reconoce al comparar las integrales de los dos últimos párrafos, y tomando la de la radiación como energía promedio por fotón para que sea uno. Esta conexión es también consistente con la posibilidad de escribir las ecuaciones de Maxwell como una ecuación de tipo Schrödinger o de Dirac con un Hamiltoniano lineal en el momento lineal contraída con una matriz de espín uno, y una función de onda que es el bivector  $E + iB$ , según Silverstein (1907).

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

## LA CUANTIZACIÓN COMO PROBLEMA DE EIGENVALORES EN LAS ECUACIONES DE MAXWELL Y DE SCHÖDINGER

Tanto las ecuaciones de Maxwell como la de Schrödinger son separables en el sentido de que sus soluciones son factorizables en sus partes espaciales y temporal, y las ecuaciones mismas se transforman en ecuaciones diferenciales ordinarias de problemas de eigenvalores. Los eigenvalores pueden estar cuantizados según las condiciones de frontera. Esto es bien conocido en la mecánica cuántica, y aquí nuestro objetivo es ilustrar su ocurrencia en electromagnetismo.

Efectivamente, las ecuaciones de Maxwell son ecuaciones de primer orden en las derivadas espaciales y temporal, y acoplan los campos eléctricos y magnéticos en las leyes de Faraday y Maxwell. Su desacoplamiento se logra tomando el rotacional de ambas ecuaciones, y usando sus compañeras para llegar a la ecuación de onda clásica para ambos campos, con fuentes que son el gradiente de la densidad de carga y la derivada parcial de la densidad de corriente, y el rotacional de la densidad de corriente, respectivamente. Las ondas electromagnéticas son soluciones de estas ecuaciones en regiones donde no hay fuentes y las ecuaciones son homogéneas. Para fuentes con variaciones armónicas en el tiempo las soluciones son bases de Fourier y la parte espacial obedece la ecuación de Helmholtz. Si las fuentes se localizan en una superficie cerrada, paralelepípedo rectangular, cilindro o esfera, la ecuación se puede resolver por el método de separación de variables en los respectivos sistemas de coordenadas, a partir de las soluciones de la ecuación de Helmholtz bien comportadas en el interior y el exterior del volumen limitado por la superficie, sujetas a las condiciones de frontera del sistema físico por analizar y a las leyes de Maxwell en su forma de condiciones de frontera en la superficie. En el caso de cavidades de resonancia la condición de frontera es la anulación de los campos en el exterior, y en el caso de antenas la condición asintótica requiere ondas salientes. El confinamiento de las fuentes en la superficie se traduce en la cuantización de las frecuencias y también de las energías de las radiaciones estacionarias y

viajantes en ambos dispositivos. El efecto es matemáticamente equivalente a lo que ocurre en sistemas materiales.

**SIGNIFICADO FÍSICO DE LOS POTENCIALES  
ELECTROMAGNÉTICOS, CUÁNTICAMENTE SEGÚN  
AHARONOV-BOHM Y CLÁSICAMENTE SEGÚN  
FARADAY-MAXWELL**

Aharonov y Bohm publicaron el trabajo “Significado cuántico de los potenciales electromagnéticos” en 1959, prediciendo que el patrón de interferencia de dos haces de electrones que se mueven alrededor de un solenoide recto con corriente en círculos paralelos y campo uniforme en su interior cambia periódicamente con el valor del flujo magnético, dependiente de la circulación del potencial vectorial magnético alrededor del solenoide. En 1961, Chalmers implementó experimentalmente la observación de este efecto Aharonov-Bohm.

En la conferencia del Ciclo, el Autor decidió incluir también el significado clásico del potencial vectorial, tomando en cuenta que es un concepto que no es bien entendido ni explicado en los libros de texto. Su origen y nombres han sido manejados por físicos reconocidos: Faraday lo concibió como el estado electrotónico, Maxwell lo identificó y llamó potencial de momento electrocinético, y Feynman y Konopinski argumentan que es un potencial de cantidad de movimiento por unidad de carga en la interacción de una carga eléctrica en presencia del mismo, y también un potencial de energía por unidad de carga y unidad de velocidad paralela al potencial. En los libros la última frase se caracteriza como la “prescripción de acoplamiento mínimo” .

Esta versión escrita de la conferencia está enfocada en explicar el significado físico clásico del potencial vectorial, su conexión con el significado cuántico reconocido por Aharonov y Bohm, y en la discusión sobre cuál de las descripciones del electromagnetismo, en base de campos de fuerza y de potenciales electromagnéticos, es más fundamental.

Efectivamente, si tomamos la fuerza de Lorentz como el punto de partida reconocemos su componente eléctrica, producto de la carga y el campo de intensidad eléctrica, y su componente magnética producto de la carga

dividida entre la velocidad de la luz y el producto vectorial de su velocidad y el campo de inducción magnética. Por otra parte el campo de inducción magnética, por ser solenoidal según la ley de Gauss, se puede escribir como el rotacional del potencial vectorial electromagnético; y a su vez por la ley de Faraday, el campo de intensidad eléctrica se puede escribir como la superposición de un gradiente de potencial escalar y de la derivada parcial con respecto al tiempo del potencial vectorial.

La sustitución de estas conexiones entre campos de fuerza y de potenciales en la fuerza de Lorentz, permite reescribirla como la superposición de un término de gradiente negativo y un término de derivada total negativa con respecto al tiempo, como el lector interesado puede hacerlo. Desde luego el término de la fuerza magnética, incluye el triple producto vectorial de la velocidad y el rotacional del potencial vectorial, cuyo desarrollo incluye un término de gradiente de la contracción de la velocidad y el potencial, y el de la contracción de la velocidad con el gradiente del potencial; el último término combinado con la derivada parcial temporal del potencial asociado a la fuerza eléctrica da la derivada total temporal correspondiente. El resultado neto conecta con la interpretación de los potenciales de energía y de cantidad de movimiento asociada a Feynman y Konopinski en el penúltimo párrafo; y le da una base física y matemática a la "prescripción". Una vez que entendemos el significado físico del potencial vectorial en el nivel clásico, podemos analizar su conexión con su significado cuántico. En la dinámica Hamiltoniana, cantidad de movimiento y coordenada de posición son cantidades canónicamente conjugadas, y lo mismo ocurre con energía y tiempo; sus productos respectivos tienen las mismas dimensiones de acción. La constante de Planck es la unidad natural de acción, y en el nivel cuántico la acción está cuantizada. La descripción cuántica ondulatoria de los electrones se puede hacer en base de una onda plana representada como una exponencial imaginaria y una fase que es la diferencia de las dos acciones de la frase anterior dividida entre la constante de Planck entre  $2\pi$ , quedando medida en radianes. Su parte espacial depende del número de onda, según de Broglie, y su parte temporal depende de la frecuencia según Schrödinger.

El efecto Aharonov-Bohm involucra la acción asociada a la interacción del electrón con el potencial vectorial externo al solenoide, donde el campo de fuerza magnética es nulo. El patrón de interferencia depende de la diferencia de fases entre los haces que viajan de un lado y otro del solenoide, que resulta equivalente a la integral de circulación alrededor del solenoide al cambiar la dirección de la integración y el orden de los límites en el tér-

---

mino negativo. Por el teorema de Stokes, esa circulación es la integral de área en la sección del solenoide del rotacional del potencial, que a su vez es la misma integral del campo magnético, o sea el flujo magnético en el interior del cilindro. Esta situación también ha dado lugar al debate sobre cuáles son los conceptos fundamentales: campos de fuerza o campos de potencial; y también sobre no localidad, y lo que sucede bajo transformaciones de norma. Para dar perspectiva al debate es importante recordar que la dinámica clásica se desarrolló en las modalidades Newtoniana en base a fuerzas y trayectorias en el espacio, Lagrangiana en base de energía potencial y espacio de configuración de coordenadas y velocidades generalizadas, y Hamiltoniana en base de energía potencial y espacio fase de coordenadas generalizadas y cantidades de movimiento canónicamente conjugadas. Sus formalismos matemáticos son diferentes pero su contenido físico es común, y sus ecuaciones de movimiento son equivalentes. Las conexiones entre fuerzas y energías potenciales también están perfectamente entendidas. Estas ideas se extienden a la dinámica electromagnética, y también en la mecánica cuántica y las teorías de campo cuánticas, como se discutió en el ciclo de conferencias sobre Transformaciones de Norma y el Principio de Invariancia de Norma. Las formulaciones alternativas no son excluyentes sino complementarias, y lo más importante es reconocer sus conexiones.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

## EL ELECTROMAGNETISMO Y LA MECÁNICA CUÁNTICA EN NIVELES LINEALES Y CUADRÁTICOS, SEGÚN DYSON.

EL ensayo de Freeman Dyson de la cuarta conferencia consta de dos partes: La Modestia a veces no es una Virtud, y la Teoría Electromagnética y la Mecánica Cuántica. Su propósito está enfocado en reconocer las dificultades en entender cada una de ellas, y que el entendimiento de la primera puede ayudar al entendimiento de la segunda. A continuación se describen las ideas básicas de una y otra, acompañadas de comentarios del autor.

Dyson identifica La Evolución de las Especies de Darwin como el trabajo científico más importante del siglo XIX, y la Teoría Electromagnética de Maxwell como el trabajo más importante de la Física. También considera que Maxwell en su conferencia en la Royal Society, Sección de Física y Matemáticas, debió seguir el ejemplo de Newton dos siglos antes, y decir las ecuaciones de Maxwell rigen el comportamiento de la radiación electromagnética en el universo. En vez de eso habló de vórtices electromagnéticos, cuyas matemáticas no fue entendida por los físicos y cuya física no era entendida por los matemáticos.

Para entender la selección de Maxwell del tema de su presentación es importante leer el prólogo en su Tratado de Electromagnetismo, y hablar de uno de los problemas que era de mayor interés en esa época. En el prólogo, Maxwell admite que él no ha realizado experimentos de electricidad y magnetismo, y afirma que su propósito es expresar los resultados de Faraday en su propia obra *Investigaciones Eléctricas Experimentales*, en el lenguaje de las matemáticas que se usan para describir los fenómenos físicos. El problema de interés en la óptica y por extensión en el Electromagnetismo era entender el medio en que se propaga la luz y la radiación electromagnética, que desde cincuenta años antes se trataba de entender en base de la hipótesis del éter luminífero. Las investigaciones de Maxwell incluyeron construir un modelo mecánico de tal éter, que no fructificaron. Helmholtz fue quien estuvo en posición de entender el trabajo de Maxwell al afirmar: la teoría electromagnética está en las ecuaciones de Maxwell, y sus soluciones para

la radiación electromagnética son vórtices ideales sin efectos de disipación. Hertz, alumno de Helmholtz, fue quien produjo experimentalmente ondas electromagnéticas en su laboratorio en 1887, corroborando las predicciones de Maxwell.

En la segunda parte del ensayo, Dyson identifica el nivel de las soluciones de las ecuaciones de Maxwell en términos lineales de los campos de intensidad eléctrica y de inducción magnética, en contraste con el nivel de sus combinaciones cuadráticas asociadas a sus propiedades dinámicas de densidad de energía y densidad de cantidad de movimiento. Su argumentación está basada en consideraciones dimensionales para darle preferencia al segundo nivel. Concretamente, la densidad de energía se mide en joules entre metro cúbico, y si queremos conectar con el nivel lineal es necesario extraer una raíz cuadrada con unidades de raíz cuadrada de joule entre raíz cuadrada de metro cúbico; y ¿qué significado tienen tales raíces cuadradas?. Su conclusión es que el segundo nivel es observable o medible, y el primero no.

La comparación con el caso cuántico reconoce también los dos niveles: lineal en la función de onda o amplitud de probabilidad, y cuadrático en la densidad de probabilidad, en valores esperados, y en elementos de matriz. Ahora la unidad de la densidad de probabilidad es uno entre metro cúbico, y la de su raíz cuadrada para la amplitud de probabilidad es uno entre raíz cuadrada de metro cúbico.

Conclusión: la densidad de probabilidad es observable o medible, y la amplitud de probabilidad no.

El comentario del Autor es válido para el electromagnetismo y la mecánica cuántica, afirmando que es en el primer nivel que la evidencia del comportamiento ondulatorio de la luz fue observada en su difracción por Francisco Grimaldi en la primera mitad del siglo XVII, Young, Fresnel y Fraunhofer a principios del siglo XIX; y de los electrones en los experimentos de difracción de G.P. Thompson, y de Davisson y Germer, en 1927 validando la hipótesis ondulatoria de la materia de de Broglie.

Adicionalmente, la unidad del campo de intensidad eléctrica es dina entre unidad electrostática y la unidad del campo de inducción magnética es dina entre unidad de carga electromagnética y centímetro entre segundo, equivalentes a las mencionadas en el penúltimo párrafo.

El autor coincide con Dyson en revisar conjuntamente y comparativamente las dos disciplinas para apreciar sus fundamentos comunes, y entender mejor ambas.

El tercio intermedio del ciclo de conferencias discutió sucesivamente:

---

Las Simetrías de las Ecuaciones de Maxwell, aplicando la metodología que resultó muy fructífera en mecánica cuántica. La implementación de las ideas de Einstein sobre emisión espontánea, emisión estimulada y absorción estimulada de la radiación electromagnética en la invención del máser y del láser: las soluciones de las ecuaciones de Maxwell en coordenadas cilíndricas circulares, elípticas y parabólicas, y sus implementaciones en los haces de luz adifraccionales en las respectivas geometrías. Las interacciones de la radiación y la materia comúnmente familiares están asociadas a los procesos de polarización y magnetización, y sus respectivas medidas cuantitativas con los mismos nombres como densidades volumétricas de momentos eléctricos y magnéticos, respectivamente; recientemente se ha reconocido adicionalmente el proceso de toroidización, y su densidad volumétrica de momentos toroidales. El teorema de Helmholtz reconoce la distinción entre campos vectoriales longitudinales y transversales en conexión con la integración de las ecuaciones de Maxwell, identificando corrientes y campos en círculos paralelos como transversales; en el formalismo de Debye se hace la distinción adicional entre campos transversales de dos tipos: toroidales y poloidales, con líneas cerradas en planos meridianos, lo cual permite un tratamiento unificado de los tres procesos y sus momentos multipolares respectivos.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

**II.**

**SIMETRÍAS Y CUANTIZACIÓN EN LA RADIACIÓN  
ELECTROMAGNÉTICA, LA MATERIA Y SUS INTERACCIONES**



## SIMETRÍAS DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL

EL segundo tercio de las conferencias ilustra ejemplos más recientes de las historias anteriores. Específicamente se identifican las simetrías de las ecuaciones de Maxwell y sus consecuencias. Se explica la conexión entre los procesos de emisión espontánea e inducida y de absorción inducida de la luz propuestos por Einstein en 1916 y la invención del máser en 1955 y el láser en 1959, así como la conexión entre la solución exacta de las ecuaciones de Maxwell en coordenadas cilíndricas circulares, elípticas y parabólicas y la implementación experimental de los haces adifraccionales respectivos en Rochester 1987, INAOE 2000 e Instituto Tecnológico de Monterrey 2003. La interacción entre la luz y la materia ocurre a través de los procesos de polarización eléctrica y de magnetización según los libros, pero recientemente se han reportado observaciones en metamateriales y nanomateriales de un tercer proceso, llamado toroidización, anticipado desde 1957 por Zeldovich en su hipótesis del anapolo magnético. Del teorema de Helmholtz al formalismo de Debye permite distinguir la diferencia entre los tres procesos anteriores en base de las direccionalidades de corrientes: longitudinal y transversal en el teorema, y la distinción de dos transversalidades en el formalismo, toroidal con líneas de corriente en círculos paralelos y poloidal con líneas de corriente cerradas en planos meridianos, y en ambos casos el campo de intensidad eléctrico comparte la direccionalidad de las corrientes y el campo de inducción magnética es transversal a las corrientes por la ley de Ampère.

El concepto de simetría en la mecánica cuántica fue reconocido, desarrollado y aplicado por diferentes investigadores, notablemente por Weyl, Fock, Wigner en la época de los veintes y treintas en física atómica, y sucesivamente en física nuclear y física de partículas elementales en las décadas posteriores. Ese concepto y su metodología también se reconoce y es aplicable en electromagnetismo. Específicamente, a continuación se discute la invariancia de las ecuaciones de Maxwell bajo transformaciones de coordenadas de espacio y tiempo, de inversiones espaciales, temporal y de carga,

bajo transformaciones de norma de los potenciales electromagnéticos; así como la cuantización de la carga eléctrica y de la acción.

Einstein en su trabajo sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento reconoció que la hipótesis del éter es innecesaria, que las ecuaciones de Maxwell son válidas en los sistemas inerciales donde son válidas las leyes de la dinámica de Newton, extendiendo el Principio de Relatividad de Galileo, y postuló el Principio de Constancia de la velocidad de la Luz. En vez de las transformaciones de coordenadas de espacio y tiempo de Galileo entre sistemas inerciales, que comparten un tiempo común, el tiempo absoluto de Newton, se proponen transformaciones lineales entre coordenadas y tiempo  $(x, y, z, t)$  y  $(x', y', z', t')$ , y en base a los principios mencionados llega a las llamadas transformaciones de Lorentz, que expresan las coordenadas en la dirección del movimiento entre los sistemas inerciales y los tiempos  $(x', t')$  como combinaciones lineales de sus contrapartes  $(x, t)$ , y la igualdad de las componentes transversales:  $y' = y, z' = z$ . Lorentz había obtenido estas ecuaciones de transformación imponiendo la condición de que las ecuaciones de Maxwell mantengan su forma en todos los sistemas inerciales. Lorentz no analizó todas las consecuencias físicas de esas ecuaciones de transformación. Einstein si lo hizo desarrollando la teoría de la relatividad en sus partes cinemática, dinámica y electrodinámica. Adicionalmente, Minkowski reconoció que la invariancia del intervalo espacio temporal al cuadrado:  $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 - z'^2 - c^2 t'^2$ , implica que los fenómenos ocurren en un espacio tiempo de cuatro dimensiones. En consecuencia, el lenguaje matemático apropiado para describir los fenómenos electromagnéticos en tal espacio son cuadvectores: de posición-tiempo, de cuadvirvelocidad, de momento-energía, de fuerza-potencia, de potenciales vectorial-escalar; cuadvitensores: de campos de fuerza, de esfuerzos de Maxwell-densidad de cantidad de movimiento-densidad de corriente de energía- densidad de energía; cuadvitenscales invariantes: contracciones de cuadvitensores consigo mismos, entre cuadvitensores diferentes, trazas de cuadvitensores, determinantes de cuadvitensores; etc. Los invariantes de Lorentz son cuadvitenscales con valores comunes para todos los observadores: intervalos temporaloides, luminoides, espacialoides; masas en reposo; cargas eléctricas; contracción de campos de intensidad eléctrica e inducción magnética; diferencia entre cuadrados de inducción magnética e intensidad eléctrica equivalente de densidad lagrangiana del campo electromagnético, contracción de cuadvitensores de densidad de corriente-carga y de potencial vectorial-escalar equivalente de la densidad de energía de interacción entre ellas.

La ecuación de onda que describe las ondas electromagnéticas involucra al operador d'Alambertiano, diferencia entre el operador espacial Laplaciano y el operador de derivada parcial de segundo orden con respecto al tiempo dividido entre el cuadrado de la velocidad de la luz, y es un cuádrisalar con la misma forma en todos los sistemas inerciales. En este párrafo consideramos la invariancia de las derivadas parciales con respecto a las coordenadas cartesianas y de tiempo bajo los cambios de inversión espacial o Paridad ( $P$ ):  $x \rightarrow -x$ ,  $y \rightarrow -y$ ,  $z \rightarrow -z$ , y de inversión en el tiempo ( $T$ ):  $t \rightarrow -t$ . Estas invariancias del operador se traducen en que sus eigenfunciones pueden escogerse como funciones pares o nones bajo esas mismas operaciones, lo cual se puede apreciar en sus representaciones de exponenciales imaginarias como ondas viajantes y sus partes reales e imaginarias, cosenoidales y senoidales con paridades positivas y negativas. De las ecuaciones de Maxwell mismas dependientes de las fuentes: la ley de Gauss eléctrica muestra que al cambiar cada carga por su negativa, el campo de intensidad eléctrica cambia de sentido; y la ley de Ampère muestra que al cambiar el sentido de la corriente, el campo de inducción magnética también cambia su sentido. Esta operación y sus consecuencias se conocen con el nombre de Conjugación de Carga ( $C$ ). Las tres operaciones conmutan entre sí y se pueden aplicar sucesivamente, y son las bases del llamado Teorema CPT.

Las conexiones entre los campos de fuerza y los potenciales electromagnéticos se discutieron cualitativamente en conexión con el efecto Aharonov-Bohm. La discusión que sigue es cuantitativa y parte de esas conexiones expresadas como ecuaciones:  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$  y  $\vec{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial(ct)}$ , que resultan de la integración de la ley de Gauss magnética y de la ley de Faraday, respectivamente. Cuando se integra una función de una variable, siempre se puede agregar una constante de integración al resultado obtenido para tener otra solución; ambas soluciones comparten la misma derivada, porque la derivada de la constante es nula. Cuando se integran ecuaciones diferenciales con varias variables también es posible agregar a las soluciones obtenidas funciones cuyas derivadas en las ecuaciones sean nulas. Esta idea lleva a las transformaciones de norma de los potenciales:  $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi$ , ambos potenciales vectoriales conducen al mismo campo de inducción magnética solenoidal porque el rotacional del gradiente es cero; y  $\Phi' = \Phi - \frac{\partial\chi}{\partial(ct)}$ , ambos potenciales escalares y vectoriales conducen al mismo campo de intensidad eléctrica  $\vec{E}$ , porque los términos de las derivadas segundas de gradiente y derivada parcial con respecto al tiempo de  $\chi$  se cancelan entre

si. La función  $\chi$  se llama la función generadora de las transformaciones de norma de los potenciales. Los potenciales satisfacen la ecuación de onda si se escoge la norma de Lorentz en que  $\nabla \cdot \vec{A} + \frac{\partial \chi}{\partial(ct)} = 0$ . La norma transversal o norma de Coulomb escoge  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ , en cuyo caso  $\Phi$  satisface la ecuación de Poisson como en la electrostática, y  $\vec{A}$  satisface la ecuación de onda con la corriente transversal como su fuente.

La cuantización de la carga eléctrica fue reconocida por Faraday desde que estableció las leyes de la electrólisis al inicio de los 1830's. Efectivamente, Faraday investigó la separación de sales, bases y ácidos en solución bajo la acción de una diferencia de potencial aplicada entre electrodos conductores sumergidos en la solución. Las moléculas en solución se disocian en iones cargados:  $NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$ , los cuales tienden a moverse al electrodo del signo opuesto cátodo con polaridad negativa, y ánodo con polaridad positiva, y se designan como cationes y aniones, respectivamente. La notación del fenómeno fue inventada por Faraday: ion significa viajero. Cuantitativamente, él midió las cargas de los iones colectados en cada electrodo de uno y otro signo, y estableció que es de 96400 Coulombs por mol de substancia electrolizada y por valencia del ion  $n$ . Su razonamiento basado en la hipótesis atómica lo condujo a reconocer que cada ion tendría una carga con el valor mencionado, conocido como un Faraday, entre el número de iones en un mol y por valencia del ion. La hipótesis atómica no era aceptada universalmente en su época y la estimación del número de moléculas en un mol, llamado número de Avogadro, se tuvo medio siglo después. Planck dio su propia estimación en su trabajo de 1900, y Millikan y Fletcher midieron la carga del electrón en 1911, conectando con el Faraday y validando el razonamiento de Faraday, y la hipótesis atómica. La carga eléctrica del electrón es la unidad natural de carga eléctrica. La velocidad de la luz es la unidad natural de velocidad, y la constante de Planck es la unidad natural de acción. Estas constantes físicas son la base de los patrones de unidades físicas que han reemplazado a los patrones terrestres del Sistema Internacional de unidades físicas, discutidas en el ciclo de conferencias correspondiente de 2019.

El último tercio del ciclo toma las posiciones de Einstein-Podolski-Rosen, Bohr y Schrödinger sobre sus respectivas interpretaciones de la mecánica cuántica, en base de experimentos pensados de 1935, como el punto de partida del debate sobre las mismas. Propuestas alternativas de Bohm sobre estados enredados de polarización de dos fotones y de Bell sobre una teoría de variables escondidas locales fueron el preludio para la realización de experimentos para dirimir el debate en 1982, 1995 y 2018. Schrödinger en

1952 afirmó:

“ ...Nosotros nunca experimentamos con un solo electrón o átomo o molécula. En experimentos pensados, a veces suponemos que lo hacemos; esto invariablemente implica consecuencias ridículas...”

Wineland y Haroche en sus conferencias al recibir el Premio Nobel de Física reportaron experimentos en que implementaron estados de gatitos de Schrödinger: en un solo ion en que se enredan sus estados internos y sus posiciones cuantizadas en una trampa de Penning, y en un átomo de Rydberg cuyos estados de diferente excitación se enredan al atravesar una cavidad de resonancia, respectivamente. Schrödinger en 1952, también puso en duda las ideas de Bohr sobre los saltos cuánticos y el colapso de la función de onda; Haroche también reportó experimentos que muestran la evolución temporal de sus gatitos, incluyendo el salto cuántico del estado excitado al de menor energía acompañado de la emisión de un fotón resonante.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

EN 1916, Einstein dedujo la distribución de la radiación de cuerpo negro de Planck en base del modelo de dos niveles atómicos, introduciendo las ideas de emisión espontánea y emisión estimulada de radiación por el átomo entre los niveles de energía mayor y de energía menor, y de absorción estimulada entre los mismos niveles en el sentido inverso, con coeficientes respectivos  $A$ ,  $B$ , y  $C$ . Él supuso que los átomos en equilibrio termodinámico con la radiación a una temperatura  $T$  ocupan los niveles de energía según la distribución de exponencial decreciente de Boltzmann, y establece la ecuación de equilibrio para los tres tipos de transiciones, en que los procesos estimulados involucran la distribución de Planck para las transiciones resonantes entre los dos niveles. Entonces, concluye que  $B = C$ , sus relaciones con  $A$ , y la distribución de Planck misma.

En los años 1950's Townes y Schawlow reportaron la implementación de un patrón de frecuencia y amplificador de microondas en un dispositivo de haces moleculares, basado en transiciones entre dos niveles de la molécula de amoníaco. El nombre de MASER es el acrónimo de Microwave Amplifier by Stimulated Emission of Radiation; AMEER en Español: Amplificador de Microondas por Emisión Estimulada de Radiación. El dispositivo consiste en una fuente de las moléculas de amoníaco para formar los haces, usando colimadores, regiones de campos magnéticos para enfocarlos, y entre ellos la región de excitación y estimulación. Las moléculas existen en el estado base mayoritariamente, y nos enfocamos en los dos estados excitados descritos en el modelo de Einstein del párrafo anterior para lograr el proceso de amplificación. Efectivamente, el nivel más excitado es el que debe tener la mayor población posible, lo cual va contra lo que corresponde a la distribución de Boltzmann, y por eso se llama de poblaciones invertidas; las moléculas en ese estado tienden a radiar espontáneamente al nivel intermedio con una probabilidad medida por el coeficiente  $A$  y en diferentes direcciones. El ingrediente novedoso que reconoció Einstein es que si la molécula está en presencia de radiación resonante con energía igual a la di-

ferencia de energía de los dos niveles, entonces la probabilidad de emisión se ve aumentada en  $B$  veces la distribución de Planck; y la radiación emitida comparte la misma dirección, polarización, y fase espacial y temporal de la radiación estimulante, y se dice que la radiación estimulada es coherente. Adicionalmente, si esta radiación se refleja entre dos espejos, continuará estimulando la emisión de radiación de las moléculas excitadas, conduciendo a una amplificación intensificada. En ese mismo período, Prójorov implementó su propia versión de este dispositivo con la misma molécula en Rusia. Los tres autores y Basov también consideraron dispositivos similares con luz visible.

Al inicio de la nueva década se implementaron diferentes versiones de LASER o ALEER con L de Light o Luz. Maiman inventó el láser de rubí, que consistía de una barra de rubí rosada,  $Al_2O_3$  con  $Cr_2O_3$  al 5% en peso, rodeada de una lámpara de Xenón emisora de suficiente luz verde con longitud de onda de 550 nm. Otras versiones de estos dispositivos fueron implementadas en las décadas siguientes y encontraron múltiples aplicaciones.

En 1987, Durnin y Eberly reconocieron que las soluciones exactas de las ecuaciones de Maxwell en coordenadas circulares cilíndricas describen haces ópticos adifraccionales que se propagan en la dirección axial  $z$  con componente  $k_z$  del vector de propagación, y distribuciones en planos transversales de ondas estacionarias de funciones de Bessel circulares de orden entero  $m$  con argumento  $k_\rho \rho$  en la coordenada radial y senos o cosenos de  $m\phi$  en la coordenada angular, y variaciones armónicas en el tiempo con frecuencia omega, cuyo valor es igual a la raíz cuadrada de  $(k_\rho^2 + k_z^2)/c^2$ . Ellos implementaron experimentalmente este nuevo tipo de luz e iniciaron el desarrollo de múltiples aplicaciones, especialmente en el área de pinzas ópticas, en base a sus propiedades dinámicas asociadas a sus cantidades conservadas de componentes axiales de cantidad de movimiento y de momento angular orbital, así como los gradientes en sus amplitudes transversales radiales y angulares. Al principio se aplicaron en sus versiones escalares, y eventualmente se reconoció la importancia de investigar sus versiones vectoriales de modos Transversales Eléctricos y Magnéticos, o superposiciones de los mismos en diversos estados de polarización. Karen Volke identificó sus propiedades de momento angular en las investigaciones para su tesis doctoral en el INAOE y en Nottingham, en 2002.

En paralelo, Julio César Gutiérrez Vega en 2000 había implementado la versión escalar de los haces adifraccionales en geometría elíptica cilíndrica en base de funciones de Mathieu en las coordenadas ortogonales elípticas e

hiperbólicas. En este caso la constante de movimiento transversal que permite la separación de la ecuación de Helmholtz en esas coordenadas es el producto de los momentos angulares con respecto a los focos comunes de las elipses e hipérbolas coordenadas. Las funciones de Mathieu se escriben como series de funciones de Bessel y series de Fourier del número de onda transversal multiplicado por la coordenada respectiva, y con coeficientes comunes que satisfacen relaciones de recurrencia de tres términos. Desde luego, en el límite en que la distancia focal se anula, las elipses se vuelven círculos y las hipérbolas se convierten en sus asíntotas radiales, y las funciones de Mathieu se convierten en funciones de Bessel y senos o cosenos, respectivamente. Por otra parte, si uno de los focos se toma como nuevo origen de coordenadas, y el otro foco se mueve al infinito, las elipses e hipérbolas se convierten en parábolas; las soluciones de la ecuación de Helmholtz son funciones de Weber y la constante de movimiento es la componente del momento lineal cruzado con el momento angular en la dirección del eje común de las parábolas. Julio César implementó la versión escalar de los haces adifraccionales de Weber en 2003 en colaboración con colegas del INAOE y de Nottingham.

En 2006, Karen Volke y Eugenio Ley Koo, construyeron las versiones vectoriales de los también llamados Campos Ópticos Invariantes en Propagación, usando el formalismo de Stratton basado en el producto de un vector unitario multiplicado por la solución escalar de la ecuación de Helmholtz, al que se aplica sucesivamente la operación de rotacional. Para el modo transversal eléctrico  $TE$  se toma el vector unitario axial, el primer rotacional se identifica como el campo de intensidad eléctrica  $\vec{E}$ : con componentes en el plano transversal solamente; y su rotacional conduce al campo de inducción magnética  $\vec{B}$  con componentes en las tres direcciones. Para el modo transversal magnético  $TM$  el primer rotacional se identifica como  $\vec{B}$  y su rotacional produce  $\vec{E}$ . Si el vector unitario se toma como uno de los vectores cartesianos o sus combinaciones con diferencias de fase de 90 grados, se obtienen Estados de Polarización Lineales y Circulares respectivos, y sus campos de fuerza tienen componentes axiales. También se pueden formar superposiciones de los Modos Transversales para conectar con los Estados de Polarización.

Una década más tarde Rocio Jáuregui y sus colaboradores investigaron teóricamente la interacción de átomos que atraviesan campos de geometría parabólica para poner en evidencia la transferencia de la constante de movimiento de la luz a los átomos. Un grupo de Alemania realizó los experimentos mismos confirmando esa transferencia, y sus resultados respectivos

se dieron a conocer simultáneamente en la misma revista.

## INTERACCIÓN DE RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y MATERIA: POLARIZACIÓN, MAGNETIZACIÓN Y TOROIDIZACIÓN

EN este capítulo se revisan los procesos de polarización en materiales dieléctricos bajo la acción de campos eléctricos, y de magnetización en materiales permeables bajo la acción de campos magnéticos, y que se discuten en los libros tanto en los casos electrostático y magnetostático como en el caso de radiación electromagnética. Adicionalmente, se explica el proceso de toroidización como un tercer proceso, anticipado por Zeldovich en su propuesta del Anapolo Magnético en 1957, e identificado sucesivamente en partículas elementales, núcleos atómicos, y átomos, y recientemente en nanomateriales y metamateriales.

El proceso de polarización de un material dieléctrico bajo la acción de un campo eléctrico constante consiste en la redistribución de las cargas del material aislante. En el nivel atómico o molecular, los núcleos con carga positiva se mueven en la dirección del campo y los electrones negativos se mueven en la dirección opuesta. En los átomos el centro de carga de los electrones coincide con la posición del núcleo en ausencia del campo eléctrico externo. El desplazamiento de las cargas positivas y negativas entre sí y con respecto a sus posiciones originales en el proceso de polarización, se manifiesta en que el átomo adquiere un momento dipolar eléctrico, definido como el producto de la magnitud de la carga común y el vector de posición del centro de carga negativa a la posición del centro de carga positiva. En el nivel macroscópico también se identifica una cantidad, con el mismo nombre de polarización, como la densidad volumétrica de momento dipolar, y que actúa como fuente de campo eléctrico adicional, el cual se superpone al campo externo debilitándolo.

El proceso de magnetización de un material permeable bajo la acción de un campo magnético constante requiere la distinción que reconoció Faraday entre materiales paramagnéticos que tienden a alinearse con el campo, y diamagnéticos que son rechazados por el campo. Los primeros poseen momentos magnéticos que al alinearse en presencia del campo externo

exhiben su naturaleza magnética. Los segundos pueden adquirir un momento magnético inducido por el campo magnético externo: sus electrones describen orbitas circulares bajo la acción del campo magnético y constituyen corrientes eléctricas, y momentos dipolares magnéticos definidos como corriente por el vector de área del círculo, el cual exhibe el comportamiento de un imán de polaridad opuesta al campo magnético y por eso es repelido. También se tiene una medida macroscópica del proceso y con el mismo nombre, como densidad volumétrica de momento dipolar magnético, y que actúa como fuente de campo magnético adicional, reforzando y debilitando el campo externo en el interior del material paramagnético y diamagnético, respectivamente. El término de permeabilidad refleja la respuesta de aumentar y disminuir el número de líneas de campo de inducción magnética dentro del material. La magnetización de ambos tipos de materiales se debe a la presencia del campo magnético externo, y desaparece al retirarlos del campo. Faraday también reconoció los materiales ferromagnéticos, que son paramagnéticos, pero conservan su magnetización al retirarlos del campo, siendo imanes permanentes.

Ambos procesos ocurren también en presencia de campos electromagnéticos externos, incluyendo respuestas temporales que dependen de la frecuencia en la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética, y en consecuencia en el índice de refracción del medio dieléctrico y permeable.

La posibilidad de la violación de la paridad en el decaimiento beta nuclear y en las interacciones débiles de partículas elementales fue analizada por Lee y Yang en 1956, proponiendo diversos experimentos que se realizaron en diversos laboratorios. En 1957, Zeldovich propuso el anapolo magnético como un modelo de partícula elemental tomando como referencia inicial el modelo de una partícula con cargas eléctricas iguales y de signos opuestos en dos esferas concéntricas y campo de fuerza radial Coulombiano entre las mismas. El anapolo involucra un embobinado de espiras circulares en planos meridianos alrededor de un toroide y con una corriente eléctrica, que de acuerdo con la Ley de Ampère produce un campo de inducción magnética con líneas de círculos coaxiales y paralelos en el interior del embobinado; cada espira con su corriente constituye un momento magnético, y su conjunto en el círculo paralelo de sus posiciones se suman vectorialmente dando un momento magnético total nulo. Según la ley de Gauss magnética no hay monopolos magnéticos, y en esta configuración toroidal el momento magnético es nulo; de ahí el nombre de anapolo. Por otra parte, si consideramos el ejemplo de pares de fuerzas de igual magnitud antiparalelas, la fuerza total también se anula, pero el momento de las

fuerzas o torca, producto vectorial de su brazo de palanca por cualquiera de ellas no se anula y se reconoce su efecto de rotar. Así se identifica el momento toroidal dipolar como la suma vectorial del producto del vector de posición de cada espira desde el eje del toroide con el momento de cada momento magnético asociado a la espira y que está en la dirección del eje, y con magnitud  $NbIA$ , siendo  $N$  el número total de espiras y  $b$  la distancia del eje al centro de cada espira con área  $A$ . El campo de inducción magnética dentro del toroide queda determinado por la ley circuital de Ampère con líneas circulares coaxiales y cuya densidad varía con el inverso de su distancia al eje del toroide. Estas características son compartidas por el campo de inducción magnética de una línea de corriente infinita en la posición del eje.

La violación de paridad en las interacciones débiles fue establecida en el tipo de experimentos sugeridos por Lee y Yang. En 1958 se pudo establecer la ley universal de interacción de Fermi para las interacciones débiles que involucra la superposición de corrientes Vectoriales Polares y Axiales  $V - A$  de leptones y nucleones en los decaimientos beta. El rompimiento de la simetría de paridad, también se vio acompañada del rompimiento de la simetría de conjugación de carga, y en otros experimentos también se estableció la diferencia entre los neutrinos del electrón y del muon. También se establecieron claramente las diferencias entre las interacciones fuertes y débiles, en base a sus respectivas simetrías y rompimientos de las mismas, con consecuencias en procesos de partículas, núcleos y átomos.

Aquí se mencionan algunas de las consecuencias del anapolo magnético de Zeldovich en los niveles de nanomateriales y de metamateriales. Efectivamente, los procesos de polarización y magnetización se han complementado con el proceso de toroidización y fenómenos de ferrotoroidismo, análogo al ferromagnetismo con diferencias de direccionalidad y paridad, y de interacciones dipolares toroidales, análogas de sus contrapartes eléctricas y magnéticas familiares. Entre los grupos que han investigado estos nuevos fenómenos no hay consenso sobre los momentos toroidales. La siguiente sección presenta una descripción de los tres tipos de momentos mutipolares destacando sus diferencias, sus propiedades comunes, y conexiones.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

## EL TEOREMA DE HELMHOLTZ Y SU EXTENSIÓN EN EL FORMALISMO DE DEBYE: CAMPOS LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES (TOROIDALES Y POLOIDALES)

EN esta sección se esbozan los pasos para construir soluciones multipolares exactas de las ecuaciones de Maxwell y de la ecuación de onda para campos de potencial y de fuerza, suponiendo que las fuentes respectivas están confinadas en una superficie esférica de radio  $a$ . El punto de partida son las soluciones de la ecuación de onda escalar homogénea, que para variaciones armónicas en el tiempo conecta con la ecuación de Helmholtz para las variaciones espaciales, teniendo en cuenta que dentro y fuera de la esfera de fuentes no hay fuentes. Se distinguen las soluciones internas y externas que comparten su parte angular en términos de armónicos esféricos, y con funciones de Bessel esféricas ordinarias y de onda saliente, respectivamente, asegurando su buen comportamiento en el interior y como antena en el exterior. Para los potenciales se impone la condición de continuidad en la frontera de fuentes, la cual implica que el coeficiente de la solución interna debe ser el valor de la onda saliente en el radio  $a$ , y el coeficiente de la solución externa debe ser el valor de la función de Bessel ordinaria en el mismo radio. Para una antena de radiación óptima se pide la condición de frontera de que la función de Bessel ordinaria tenga un extremo en esa posición, determinando la frecuencia de radiación; para una cavidad de resonancia son los nodos de la parte imaginaria de la onda saliente, es decir las funciones de tipo Neumann, en esa posición las que determinan las frecuencias de resonancia.

El teorema de Helmholtz reconoce la distinción entre campos longitudinales, con rotacional cero, y campos transversales, con divergencia cero, y la unicidad de las soluciones de las ecuaciones de Maxwell para campos multipolares eléctricos y magnéticos. El formalismo de Debye reconoce que hay dos tipos de transversalidades: Toroidal y Poloidal, lo cual se ilustra a continuación a nivel de fuentes. potenciales y campos de fuerza de una misma multipolaridad y las diferentes direccionalidades. Los campos lon-

gitudinales se pueden escribir como gradientes de un potencial escalar de Debye solución de la ecuación de Helmholtz, descritas en el párrafo anterior. Cuando el vector radial se cruza con el gradiente y se aplica al mismo potencial de Debye, el campo resultante es transversal de tipo toroidal; se reconoce que el operador es proporcional al vector de momento angular orbital, y conecta a sus eigenfunciones: armónicos esféricos con un mismo valor de  $\ell$  y  $m' = m - 1, m, m + 1$ . El rotacional del campo toroidal es también transversal y de tipo poloidal, siendo ambos ortogonales entre sí y de paridades opuestas. Los campos de intensidad eléctrica y de inducción magnética están acoplados por las leyes de inducción magnetoeléctrica de Faraday y de inducción electromagnética de Maxwell, respectivamente, reflejando sus naturalezas transversales, y de ortogonalidad mutua, así como paridades opuestas, y que se manifiestan en los diversos modos de radiación electromagnética.

En el caso de los momentos multipolares eléctricos se tienen densidades de carga superficial y de corriente por unidad de longitud conectadas por la ecuación de continuidad, reconociendo que la corriente es longitudinal, y se puede escribir como un gradiente de un potencial escalar de Debye. Entonces en la ecuación de continuidad que expresa la conservación de carga, aparece la parte angular del laplaciano aplicado al potencial de Debye, que puede escribirse como su eigenvalor y el mismo potencial de Debye, y conduce a la identificación de la densidad superficial de carga que comparte por lo tanto el mismo potencial de Debye. En este caso, estas fuentes determinan el campo de intensidad eléctrica en la región cercana. La fuente transversal de corriente es poloidal y sus propiedades de direccionalidad y multipolaridad son heredadas por el potencial vectorial y el campo de intensidad eléctrica, y su paridad es  $(-1)^\ell$ . Correspondientemente, el campo de inducción magnética conectado con  $A$  y  $E$  mediante sus rotacionales es un campo toroidal y con paridad  $(-1)^{(\ell+1)}$ .

En el caso de los momentos magnéticos no hay fuentes longitudinales. Las corrientes fuente son transversales de tipo toroidal, y su direccionalidad y multipolaridad es heredada por  $A$  y  $E$  con paridad  $(-1)^\ell$ . Correspondientemente, el campo de inducción magnética es poloidal y con paridad  $(-1)^{(\ell+1)}$ .

En el caso de los momentos toroidales tampoco hay fuentes longitudinales. Las corrientes fuente son transversales de tipo poloidal, y su direccionalidad y multipolaridad es heredada por  $A$  y  $E$  con paridad  $(-1)^{(\ell+1)}$ . Correspondientemente, el campo de inducción magnética es toroidal y con paridad  $(-1)^\ell$ , como para el campo de radiación de los momentos eléctricos.

cos.

En conclusión: 1) Los momentos toroidales difieren de los momentos eléctricos por la desaparición de la región de campo asociado a las distribuciones de carga y corriente longitudinal. 2) Los momentos magnéticos y momentos toroidales tienen campos de fuerza con direccionalidades diferentes y complementarias.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

**III.**

**INTERPRETACIONES DE LA MECÁNICA CUÁNTICA CON BASE EN  
EXPERIMENTOS PENSADOS Y REALIZADOS**



## INTERPRETACIÓN DE LA MECÁNICA CUÁNTICA CON BASE EN EXPERIMENTOS PENSADOS: EN 1935 POR EINSTEIN, BOHR Y SCHRÖDINGER

EL tercio final de las conferencias ilustra ejemplos de Historias aún más recientes con la condición adicional de que se consideran las interacciones en el nivel elemental de la luz y de la materia. Las interpretaciones de la mecánica de Einstein, Podolski y Rosen, de Bohr, y de Schrödinger de 1935 están basadas en experimentos pensados, y se acompañan de preguntas como: ¿Son la posición y la cantidad de movimiento parte de la realidad física? ¿La medición de una propiedad de una partícula determina la medición de la propiedad de otra partícula con la que está correlacionada, e involucra señales más rápidas que la de la luz? ¿Existen estados enredados superposiciones de gato vivo y núcleo de uranio, y de gato muerto y núcleo de torio más partícula alfa? ¿Se pueden realizar experimentos con un solo átomo? ¿Se pueden hacer experimentos con un solo fotón? ¿Existen los saltos cuánticos? ¿Se puede observar el colapso de la función de onda?. En contraste, las otras tres conferencias involucran experimentos planeados y realizados con objetivos muy concretos que dan respuestas a tales preguntas: estados fotónicos enredados a distancias cada vez mayores; experimentos complementarios con un solo ion cuyos grados de libertad de posición en una trampa y de excitación interna están enredados, y estados de un solo fotón en una cavidad de resonancia en interacción con átomos de Rydberg enredados; saltos cuánticos en átomos de Rydberg en campo eléctrico, colapso de la función de onda, coherencia y decoherencia.

Como resumen de esta sección podemos afirmar que en los párrafos primero, tercero y cuarto se han dado las descripciones de las cuatro conferencias de los tercios sucesivos del ciclo. El segundo párrafo consiste en una explicación general de los papeles de los experimentos y de la formulación matemática de las leyes en la física, y de sus relaciones en el avance de cada área. Las conexiones del primer tercio y los otros dos se pueden entender como la aplicación de los fundamentos que han permitido predecir

y corroborar la existencia de nuevas formas de luz, materia e interacciones, en momentos diferentes, y en escalas macroscópicas y elementales, respectivamente. Los últimos a su vez refuerzan la validez de los fundamentos comunes.

¿Puede la considerarse Completa la Descripción Mecánico Cuántica de la Realidad Física? es el título común de los trabajos publicados por EPR y por Bohr en *Physical Review* en Mayo y Octubre de 1935. En el primero se plantean las condiciones para juzgar el éxito de una teoría física con dos preguntas: 1) ¿Es correcta la teoría? y 2) ¿Es completa la descripción dada por la teoría? También definen su criterio de que sea completa: Cada elemento de la realidad física debe tener una contraparte en la teoría física. Además consideran un criterio razonable sobre realidad física: Si se puede predecir con certeza (con probabilidad uno) el valor de una cantidad física, sin perturbar el sistema físico, entonces hay un elemento de realidad física que corresponde a esta cantidad física. En mecánica cuántica dos cantidades físicas descritas por operadores que no conmutan, como posición y cantidad de movimiento, el conocimiento de una impide el conocimiento de la otra. Entonces 1) la descripción de realidad dada por la función de onda en mecánica cuántica no es completa, o 2) estas dos cantidades no pueden tener realidad física simultáneamente. En conclusión, la descripción de la realidad proporcionada por la función de onda no es completa; dejan abierta la posibilidad de que exista una teoría más completa, con la creencia de que tal teoría es posible. El ejemplo explícito que consideran es el de un sistema de dos componentes, que interactúan en un intervalo de tiempo  $T$ , después del cual ya no interactúan; y las funciones de onda son superposiciones lineales de productos de las funciones de partículas libres 1 y 2, en representaciones de coordenadas, de cantidad de movimiento u otras.

El artículo de Bohr señala que el “criterio de realidad física” formulado por EPR contiene una ambigüedad esencial al aplicarse a los fenómenos cuánticos. También introduce y explica su punto de vista de “complementariedad”, desde el cual la descripción mecánico cuántica de los fenómenos físicos parece satisfacer, dentro de su dominio, todas las demandas racionales de completez. Él escoge el ejemplo de difracción de electrones por un par de rendijas para ilustrar la producción de los patrones correspondientes, usando su longitud de onda de de Broglie, y sin necesidad de preguntar sobre las transferencias de cantidad de movimiento. También señala que si el interés es en tales transferencias, la mecánica cuántica y el criterio de complementariedad permiten diseñar y realizar los experimentos correspondientes.

---

Schrödinger decidió ilustrar lo que él consideró como irrazonable de la interpretación probabilista de la mecánica cuántica y del principio de superposición de estados cuánticos con el ejemplo de los estados del gato vivo en presencia de una muestra radioactiva de uranio y del gato muerto en presencia de la muestra en que el producto del decaimiento es un núcleo de torio y una partícula alfa, cuya señal de detección acciona un martillo que rompe una botella con ácido cianhídrico matando al gato. Por otra parte, también opinó que la mecánica cuántica describe el comportamiento de átomos en muestras con un gran número de ellos, y nunca se podrán hacer experimentos con un solo átomo. En 1952 publicó su artículo con el título ¿Existen los saltos cuánticos?, con la implicación de que la respuesta es no.

Bohm, en su libro de Mecánica Cuántica en los cincuentas, consideró que la superposición de estados de espín  $\frac{1}{2}$  de dos electrones era una opción experimental más viable de implementar, en comparación con las superposiciones de estados de posición y cantidad de movimiento, o de gato y núcleos radioactivos, analizados por EPR y Schrödinger quince años antes. Para 1961, Bell empezó a construir una teoría de variables escondidas locales como la sugerida en la última frase de EPR, para analizar sus consecuencias sobre superposiciones de estados con dos grados de libertad y comparar con las predicciones de la mecánica cuántica. Sus resultados quedaron expresados en términos de desigualdades entre las probabilidades de correlación de los diferentes grados de libertad de las dos componentes del sistema.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

## EXPERIMENTOS DE DOS ESTADOS FOTÓNICOS ENREDADOS EN POLARIZACIÓN Y POSICIÓN EN TRES GENERACIONES

Aquí se revisan los experimentos pioneros sobre el enredamiento de dos estados fotónicos en que se pusieron a prueba las propuestas de Bell y de la mecánica cuántica, a distancias de una decena de metros en 1972 y 1982. También se describen experimentos complementarios de mediados de los noventa a distancias del orden de 10 km, y de 2017 a distancias de 1200 km. El trabajo de 1972 fue realizado en Berkeley por Freedman y Clauser, con el título "Puesta a prueba experimental de teorías de variables escondidas locales", midiendo correlaciones de polarizaciones lineales de fotones emitidos por átomos de calcio excitados del estado base  $4s^2\ ^1S_0$  al estado  $4s\ 4p\ ^1P_1$  con luz de 2275 angstroms, y su cascada sucesiva al estado  $4p^2\ ^1S_0$  que emite uno de los fotones enredados con luz de 5513 angstroms en transición al estado  $4p\ 4s\ ^1P_1$ , el cual a su vez emite el segundo fotón enredado con luz de 4227 angstroms en transición de regreso al estado base inicial, y los fotones enredados viajan en direcciones opuestas. El trabajo incluye una generalización de las desigualdades de Bell adaptada al experimento realizado, y reconoce que las predicciones de las mismas difieren de las de la mecánica cuántica.

La Figura 1 ilustra el equipo experimental con un horno de tantalio como la fuente de un haz de átomos de calcio, una lámpara de arco para excitarlos, un arreglo óptico simétrico para analizar en coincidencia las correlaciones de los fotones de los decaimientos  $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$ . Cada componente del arreglo incluye un par de lentes al inicio y al final para eliminar aberraciones esféricas y optimizar eficiencias de conteo, un filtro de longitudes de onda, un polarizador rotable y removible, y un detector de fotones individuales fotomultiplicador. Las mediciones realizadas incluyeron la rapidez de conteo de dos fotones en coincidencia en función del ángulo  $\phi$  entre los planos de polarización lineal definida por la orientación de los polarizadores insertados,  $R_\phi$ ;  $R_1$  cuando el polarizador 2 se remueve;  $R_2$  cuando el polarizador 1 se remueve;  $R_0$  cuando ambos polarizado-

res se remueven. Las señales de los fotomultiplicadores se procesan electrónicamente incluyendo discriminaciones, coincidencias, coincidencias retardadas, conversión de tiempo a amplitud y análisis de altura de pulsos, midiendo el espectro de retardo de los dos fotones.

La mecánica cuántica hace una predicción precisa sobre las razones de  $R_1/R_0$  y  $R_2/R_0$  como la semisuma de las transmitancias del polarizador respectivo para polarización paralela y perpendicular al eje del polarizador; y de la razón de  $R_\phi/R_0$  como la suma del producto de las dos anteriores, y un término producto de las semidiferencias de las transmitancias respectivas, de un factor  $F(\theta)$  que depende del semiángulo subtendido por las lentes primarias y representa una despolarización debida a la no colinealidad de los fotones y tiende a la unidad para detectores con ángulo solido infinitesimal [en este caso  $F(30^\circ) = 0.99$ ], y un factor  $\cos 2\phi$ . La Figura 3 ilustra esta variación cosenoidal de la tercera razón medida para ángulos  $\phi$  entre 0 y 90 grados.

La desigualdad de Bell para estos experimentos,

$$\Delta(\phi) = 3R_\phi/R_0 - R_{3\phi}/R_0 - [R_1 + R_2]/R_0,$$

restringe sus valores al intervalo  $-1 < \Delta\phi < 0$ . La comparación con la Figura 3 muestra su inconsistencia con las mediciones en el intervalo entre 22.5 y 67.5 grados. Los autores concluyen que estos resultados constituyen una fuerte evidencia contra las teorías de variables escondidas locales.

El trabajo de 1982 de Aspect, Dalibard y Roger del Instituto de óptica Teórica y Aplicada de Orsay se publicó con el título "Puestas a Prueba Experimentales de las Desigualdades de Bell usando Analizadores Variables en el Tiempo". La Figura 1 ilustra el arreglo en que el par de fotones es analizado con dos polarizadores lineales  $I$  y  $II$  en orientaciones  $a$  y  $b$ , fotomultiplicadores y un registro electrónico de coincidencias, como en el trabajo del experimento anterior. Bell había insistido en la importancia de experimentos como habían propuesto Bohm y Aharonov, en que las direcciones se cambian durante el vuelo de las partículas. En tal "experimento con medición de tiempo" la condición de localidad sería una consecuencia de la causalidad de Einstein, impidiendo cualquier influencia más rápida que la luz. La Figura 2 ilustra el experimento con mediciones de tiempo basadas en redireccionadores ópticos,  $C_I$  y  $C_{II}$ , equidistantes de la fuente y con una separación  $L$ , seguidos por dos polarizadores en dos orientaciones diferentes,  $a$  y  $a'$  del lado  $I$  y  $b$  y  $b'$  del lado  $II$ . Cada combinación es equivalente a un polarizador que cambia rápido entre las dos orientaciones. El dispositivo es capaz de redirigir rápidamente la luz incidente de un polarizador a

otro. El procesamiento de la información en dos detectores fotomultiplicadores de cada lado para los haces transmitidos y redireccionados requiere un monitoreo electrónico de coincidencias cuádruples.

Si los dos redireccionadores operan al azar y no están correlacionados, se puede escribir una desigualdad de Bell:  $-1 \leq S \leq 0$  para

$$S = \frac{N(\vec{a}, \vec{b})}{N(\infty, \infty)} - \frac{N(\vec{a}, \vec{b}')} {N(\infty, \infty')} + \frac{N(\vec{a}', \vec{b})}{N(\infty', \infty)} + \frac{N(\vec{a}', \vec{b}')}{N(\infty', \infty')} - \frac{N(\vec{a}', \infty)}{N(\infty', \infty)} - \frac{N(\infty, \vec{b})}{N(\infty, \infty)}.$$

la cual involucra (i) las cuatro velocidades de conteo de coincidencia con pares de direcciones en  $I$  y  $II$ , medidas en una sola corrida; (ii) las cuatro velocidades de conteo de coincidencia con todos los redireccionadores removidos; y (iii) dos velocidades de conteo de coincidencia con un redireccionador removido de cada lado. Las mediciones (ii) y (iii) se hicieron en corridas auxiliares.

La fuente de átomos y de los fotones enredados es del mismo tipo que la del grupo de Berkeley. En el nuevo experimento, la redirección entre los dos canales ocurre alrededor de cada 10 ns. Este retraso es comparable con la vida media del nivel intermedio de la cascada, 5 ns, y menor comparado con  $L/c$  de 40 ns, un evento de detección en un lado y el cambio de dirección correspondiente en el otro lado están separados por un intervalo espacialoide, satisfaciendo el punto que Bell demandó.

La Figura 3 ilustra la operación del redireccionador optoacústico, en que el haz de luz incidente interacciona con una onda estacionaria de ultrasonido en agua, con una fracción de haz transmitida en la dirección original y la otra fracción es deflectada especularmente con dos veces el ángulo de Bragg, de  $5 \times 10^{-3}$  radianes. La luz se transmite completamente cuando la amplitud de la onda estacionaria es nula, lo cual ocurre dos veces en un período acústico. Al transcurrir un cuarto de período, la amplitud de la onda estacionaria es máxima y entonces la luz es completamente deflectada, para un valor apropiado de la potencia acústica. El redireccionador óptico opera al doble de la frecuencia de la frecuencia acústica. La onda estacionaria de ultrasonido resulta de la interferencia de dos ondas contrapropagantes en fase producidas por dos transductores electroacústicos a una frecuencia de alrededor de 25 MHz. En pruebas complementarias con un láser, el redireccionamiento es completo para una potencia acústica de alrededor de 1 W.

En la Figura se incluyen datos de las intensidades transmitida y deflectada en función del tiempo, mostrando sus oscilaciones y desfases, con intervalos de alrededor de 20 ns, entre máximos, y que la redirección no es completa, debido a que el haz deflectado adquiere una pequeña divergencia.

El procesamiento de los datos se realizó con dos conjuntos: el obtenido por los circuitos de coincidencia, y el obtenido por el convertidor de tiempo a amplitud. En todos los casos se encontró que los dos métodos son consistentes.

Se realizaron dos corridas para poner a prueba las desigualdades de Bell, escogiendo en cada una un conjunto de orientaciones que conducen al mayor conflicto entre ellas y la mecánica cuántica:  $(a, b) = (b, a') = (a', b') = 22.5$  grados;  $(a, b') = 67.5$  grados. El promedio de las dos corridas es  $S_{\text{exp}} = 0.101 \pm 0.020$ , que viola la desigualdad  $S < 0$  por 5 desviaciones estándar. Por otra parte, la mecánica cuántica predice 0.112.

Adicionalmente, la Figura 4 compara la predicción de la mecánica cuántica para las coincidencias normalizadas promedio en función de la orientación relativa de los polarizadores y las mediciones para ciertos ángulos con los errores incluidos, con un muy buen acuerdo dentro de una desviación estándar.

Los autores señalan que el elemento novedoso de este experimento es el cambio de orientación de los polarizadores a una velocidad mayor que  $c/L$ . Aunque la variación temporal es cuasiperiódica, los redireccionadores de cada lado son controlados por diferentes generadores a diferentes frecuencias, y es natural suponer que funcionan en forma no correlacionada.

También reconocen que en un experimento ideal se necesitarán reorientaciones al azar y completas para tener un argumento completamente conclusivo sobre la clase total de teorías con parámetros suplementarios que obedecen la causalidad de Einstein. En todo caso, los experimentos realizados confirman la validez de la mecánica cuántica.

En las décadas subsecuentes se realizaron experimentos con redireccionamientos al azar de polarizaciones de los fotones enredados, controlando la operación de los mismos con números generados al azar. Esto permitió que el requisito de Bell señalado por el grupo de Orsay se viera satisfecho.

También se usaron otras fuentes en base al uso de luz láser verde que al pasar por un cristal no lineal genera pares de fotones enredados en la vecindad del rojo, con propiedades de intensidad, direccionalidad y coherencia mucho mayores. Estas propiedades mejoraron notablemente las eficiencias de detección de los fotones enredados, haciendo posible producirlos y de-

tectarlos a distancias cada vez mayores en las dos generaciones siguientes de experimentos, en respuesta al tercer requisito de Bell.

Efectivamente para 1995, se reportaron los resultados de los experimentos realizados en la red telefónica de Suiza: el enredamiento se produjo en Ginebra enviando los fotones por la red de fibra óptica a Bellevue al noreste y a Bermex al sudoeste y con una separación del orden de 10 Km, mostrando la violación de las desigualdades de Bell, confirmando la predicción de la mecánica cuántica, y compatible con la causalidad de Einstein. En las siguientes décadas se realizaron variantes de este tipo de experimentos para distancias cada vez mayores hasta de cien kilómetros entre los sitios de detección. Adicionalmente, se establecieron protocolos de información cuántica como criptografía cuántica, teleportación cuántica, y redes cuánticas.

En 2016 se puso en órbita a una altura de 500 km el satélite Micius en China, con la misión de producir fotones enredados para ser detectados en tres observatorios astronómicos en Lijiang, Yunnan (26 41' N 100 1' E, altitud 3233 m), Delingha, Qinghai (43 28'N 87 22'E, altitud 3153 m) y Nanshan, Urumuqi (37 22'N 97 43'E, altitud 2028 m). La distancia física entre los dos primeros es de 1200 km. La distancia entre el satélite y los observatorios varía entre 500 y 2000 km, aumentando considerablemente el espacio efectivo del laboratorio, en comparación con los anteriores. También se destaca que la mayor parte del recorrido de los fotones enredados ocurre en el vacío y sólo la fracción final es en la atmósfera, en comparación con los recorridos en fibras ópticas y cien por ciento en la atmósfera.

La Figura 1 ilustra esquemáticamente la fuente satelital de enredamiento de fotones y su funcionamiento en órbita. (A) muestra el arreglo triangular de un interferómetro de Sagnac con el cristal no lineal de  $KTiOPO_4$  de espesor de 15mm en la hipotenusa. Un par de espejos cóncavos fuera de eje enfocan la luz láser de bombeo en el centro del cristal. A la salida del interferómetro se usan dos espejos dicromáticos y filtros de paso largo para separar los fotones de señal de la luz del láser de bombeo. Adicionalmente, se usan dos espejos piezoeléctricos que operan eléctricamente y se controlan remotamente desde la tierra, para un ajuste fino de la dirección del haz para lograr una eficiencia de colección óptima en las fibras de modo único. La luz del láser de bombeo se hace pasar por placas polarizadoras de un cuarto y de una media onda, y en el vértice de los lados rectos del interferómetro se coloca un separador de haces polarizante. El haz del láser de bombeo con una longitud de onda central de 405 nm después de pasar por el separador de haces polarizante viaja en sentidos opuestos en los brazos del interferómetro y al atravesar el cristal produce simultáneamente pares

de fotones con longitudes de onda de 810 nm en estados de polarización enredados  $|\Psi_{\pm}\rangle = (|H1\rangle|V2\rangle \pm |V1\rangle|H2\rangle)/\sqrt{2}$ , donde  $H$  y  $V$  se refieren a polarizaciones horizontal y vertical, y los números 1 y 2 a los modos espaciales. (B) muestra las curvas de correlación de dos fotones medidas en el satélite muestreando 1% de cada trayectoria de los fotones enredados, correspondiente a cuentas normalizadas contra ángulo de polarización para  $V$ ,  $H$ , y sus superposiciones de resta y suma, con dependencias senoidales con sus respectivos desfases.

El establecimiento de un canal del espacio a tierra en dos conexiones requirió de transmisores, receptores y el desarrollo de una tecnología de alta precisión de Adquisición, Puntería y Seguimiento. La Figura 2 ilustra en (A) como se combina y alinea el haz de fotones enredados (810 nm) con un haz pulsado de láser infrarrojo (850 nm) para sincronización, y un láser verde (532 nm) para seguimiento de los tres sitios de Detección y Medición, y enviados por un telescopio 8x. Para compensación de polarización se usan dos placas de un cuarto y media ondas controladas remotamente. Un espejo de giros rápidos y una mesa rotatoria de dos ejes se usan para un circuito cerrado de seguimiento fino y grueso, basado en las imágenes de un haz faro de láser (671 nm) capturadas en dos cámaras. Un expansor de haz. (B) Esquema del receptor en Delingha. Los sistemas de APS y de compensación de polarización son los mismos y cooperan con los del satélite. Los láseres de seguimiento y sincronización son separados de los de la señal del fotón y detectados por detectores de fotón individual. Para el análisis de polarización en base de redireccionadores rápidos y al azar, se usan una placa de un cuarto de onda, una placa de media onda, una celda Pockels, y un separador de haces polarizante, y filtro de interferencia. (C) El sistema APS empieza el seguimiento después de que el satélite alcanza un ángulo de elevación de 5 grados. El panel de la izquierda es una traza de 50 s de la imagen en tiempo real que aparece en la cámara. La precisión de seguimiento fino es del orden de 0.41 microrad para ambos ejes  $x$ ,  $y$ . La Figura 3 ilustra las distancias físicas entre el satélite y los observatorios en Delingha y Lijiang, y la atenuación medida en el canal. En (A) se muestra una transmisión típica en las dos conexiones en una órbita que duró 275 segundos. La distancia del satélite a Delinghua varía de 545 a 1680 km, y a Lijiang de 560 a 1700 km; y la longitud total del canal varía de 1600 a 2400 km. En (B) se muestra la atenuación medida en el canal con las dos conexiones en una órbita, usando la referencia láser de alta intensidad coalineada con los fotones enredados. La mayor pérdida es del orden de 82 dB y ocurre a la máxima distancia de 2400 km, cuando el satélite ha alcanzado la incli-

nación de 10 grados desde Lijiang. Como el telescopio tiene un diámetro de 1.8 m (el más largo) y por lo tanto, la mayor eficiencia que las otras dos estaciones, cuando el satélite vuela sobre Lijiang a una elevación de más de 15 grados, la pérdida del canal permanece relativamente estable, de 64 a 68.5 dB.

Las Figuras 4 y 5 muestran los resultados que verifican el enredamiento y ponen a prueba las desigualdades de Bell. Los fotones recibidos se analizaron mediante una placa de media onda, un separador de haz polarizante, y una celda de Pockels, entonces se acoplaron a una fibra multimodo y fueron detectados con detectores de fotón individual con una cuenta oscura baja ( $< 100$  Hz). Las celdas de Pockels se alimentaron con pulsos de alto voltaje que variaban rápidamente entre cero y voltajes de media onda, controlados por números al azar rápidos (4 megabits/s). Este arreglo permite mediciones de polarización en la base de  $(\cos \theta |H\rangle + \sin \theta |V\rangle)$ . Para verificar si los dos fotones, después de viajar 1600 a 2400 km continuaban enredados, se analizaron sus polarizaciones en las bases  $|H\rangle$  y  $|V\rangle$ , y  $|-\rangle$  y  $|+\rangle$ . Las figuras 4A muestran los resultados de las conteos de coincidencias de dos fotones normalizados: 3  $HH$ , 35  $HV$ , 29  $VH$  y 2  $VV$ ; y 4B en la otra base 2  $|++\rangle$ , 30  $|+-\rangle$ , 33  $|--\rangle$  y 2  $|--\rangle$ . De estas mediciones se puede estimar la fidelidad del estado, como el traslape de los estados experimentalmente obtenidos de  $A$  y la función de onda ideal, para la distribución de dos fotones sobre 1203 km con valor  $F > 0.87 \pm 0.09$ , con valor muy por encima del umbral para confirmar el enredamiento de dos fotones y la violación de las desigualdades de Bell.

La desigualdad de Bell para estos experimentos es:

$S = E(\phi_1, \phi_2) - E(\phi_1, \phi'_2) + E(\phi'_1, \phi_2) + E(\phi'_1, \phi'_2) < 2$ , en términos de las correlaciones conjuntas sucesivas en las dos localizaciones remotas con los respectivos pares de ángulos. Los ángulos se escogieron al azar entre  $(0, \pi/8)$ ,  $(0, 3\pi/8)$ ,  $(\pi/4, \pi/8)$  y  $(\pi/4, 3\pi/8)$ , y rápidamente para satisfacer los agujeros de localidad y de libertad de selección. La Figura 5A muestra diagramas de espacio-tiempo para la generación de los pares de fotones en  $S$ , los puntos de generación de los números al azar en  $R1$  y  $R2$ , y los puntos de medición en  $M1$  y  $M2$ . El eje horizontal representa las distancias entre las estaciones terrestres y el satélite entre 500 y 1700 km.  $M1$  y  $M2$  se encuentran alrededor de 100ns atrás del cono de luz de  $S$ . La velocidad de generación de números al azar cuántica es de 5kHz con un retraso de salida de 200ns. Es decir, el retraso entre  $R1(R2)$  y  $M1(M2)$  está en el rango de 0.2 a 200.2 microsegundos. Por lo tanto,  $R1$ ,  $R2$  y  $S$  tienen separaciones espacialoides. El diagrama inferior ilustra la relación entre las dos estaciones

con una separación de 1203 km. Tomando en cuenta la altura de 500 km de la órbita, la diferencia de longitud entre los dos canales de espacio libre no excede 944 km. Por lo tanto, el criterio de separación espacialoide entre  $R1$  y  $R2$ ,  $R1$  y  $M2$ ,  $M1$  y  $R2$ , y  $M1$  y  $M2$  también se satisface. La Figura 5B muestra la función de correlación para los intervalos seleccionados de los ángulos, con base en 1167 corridas de prueba de Bell, durante un tiempo efectivo de 1059 s. Estos datos corresponden a  $S = 2.37 \pm 0.09$ , con una violación de la desigualdad de Bell  $S < 2$  por cuatro desviaciones estándar en una escala de miles de kilómetros.

Con base en los resultados de estos experimentos podemos revisitarse los experimentos pensados de EPR y Bohr en 1935. El criterio de realidad física del primero es incompatible con la mecánica cuántica para cantidades dinámicas que no conmutan entre sí, como lo reconoció y señaló Bohr. Los estados enredados sugeridos por Bohm involucran propiedades de las componentes 1 y 2 del sistema que conmutan entre sí. En los ejemplos de esta sección se trata de las polarizaciones de los fotones enredados. El tipo de teoría mencionado al final del artículo de EPR fue propuesto por Bell, y sus predicciones han sido incompatibles con los experimentos realizados

## EXPERIMENTOS DE GATITOS DE SCHRÖDINGER EN ESTADOS DE UN ION ATÓMICO EN UNA TRAMPA Y DE ESTADOS FOTÓNICOS EN UNA CAVIDAD ELECTROMAGNÉTICA

Los temas descritos en esta sección y la siguiente son experimentos realizados con respuestas a las preguntas planteadas por Schrödinger en sus trabajos de 1935 y principios de los 1950's, respectivamente. Se recomienda la lectura de los Premios Nobel de Física de 2012: "Superposición, Enredamiento y Criando el Gato de Schrödinger" por David Wineland, y "Controlando Fotones en una Caja y Explorando la Frontera Cuántica y Clásica" por Serge Haroche. El título de esta sección es común a ambos y los sistemas físicos en que se implementaron son complementarios; efectivamente, Wineland reporta sobre los estados enredados de unión de mercurio en estados excitado y base como los núcleos en el decaimiento  $\alpha$ , y sus posiciones en una trampa de Penning como los estados del gato vivo y muerto, mientras que Haroche reporta sobre el número de fotones en una cavidad de resonancia como los de los núcleos, y átomos de Rydberg en estados base o excitado como los estados del gato. El diminutivo del gato, común en ambos reportes, destaca su comportamiento cuántico, en contraste con el de un gato doméstico. También se deben destacar las diferencias entre los grados de libertad enredados: internos para los átomos, y de posición en la trampa; y para la radiación de fase en la trampa y de número de fotones en la cavidad, respectivamente.

En la conferencia de Wineland se incluyen las secciones II. Algunos pasos tempranos hacia el control cuántico, III. Controlando los niveles cuánticos de iones individuales en trampas, y IV. Manipulando el movimiento de iones en el nivel cuántico, como los antecedentes de V. Gato de Schrödinger como el tema central. Efectivamente, desde la década de los 1970's Dehmelt inició las investigaciones sobre electrones en una trampa de Penning con el objetivo de realizar mediciones precisas de la razón giromagnética del electrón. El atrapamiento se logra bajo la acción de un campo cuadrupolar electrostático entre electrodos hiperboloidales coaxiales, de dos hojas

con potencial negativo, y un electrodo hiperboloidal anular con potencial positivo, en que los electrones en la región central se mueven armónicamente en la dirección axial, pero son atraídos en las direcciones transversales en la vecindad del plano ecuatorial por el ánodo; la aplicación de un campo magnetostático uniforme suficientemente intenso se contrapone a dicha atracción y mantiene a los electrones en orbitas circulares. Adicionalmente, el momento magnético y el espín de los electrones muestran sus precesiones alrededor de la dirección del campo magnético y sus dos posibles orientaciones con el campo o contra el mismo. Los movimientos en la trampa están cuantizados con una frecuencia axial, una frecuencia magnetrónica, y la frecuencia de precesión para el grado interno del electrón. Las técnicas espectroscópicas para este sistema, se extendieron para medir la razón giromagnética del positrón cambiando la polaridad de los electrodos y la dirección de la corriente para producir el campo magnético uniforme; también se pudo atrapar iones de  $Mg^+$  y  $Ba^+$ , en estados base y excitados, detectando los últimos por sus emisiones fluorescentes.

Desde el caso de los electrones se desarrolló la técnica de enfriamiento con poblamiento de estados de energía sucesivos de los diferentes grados de libertad, y de la expulsión de electrones fuera de la trampa con el objetivo de tener uno sólo, contradiciendo la afirmación de Schrödinger. En el caso del positrón se estableció el récord de permanencia en la misma trampa durante seis meses. Para los iones se logró la visualización ocular y la fotografía de uno sólo a principios de los 1980's.

Por otra parte, la luz y la radiación electromagnética jugaron el papel de la herramienta de control en los procesos de bombeo óptico para lograr la inversión de poblaciones en la espectroscopía de radiofrecuencias por Kastler, y en la invención del máser y láser desde la década de los 1950's; en el cambio de las propiedades de los átomos en presencia de luz, llamados átomos vestidos de luz por Cohen-Tannoudji en los setentas. Adicionalmente, el modelo de Jayne-Cummings es apropiado para describir procesos de óptica cuántica en el modelo de átomos con dos niveles. Las radiaciones resonantes entre tales estados controlan sus poblaciones; y la interacción dipolar óptica de radiación linealmente polarizada con iones controlan sus posiciones.

La Figura 1 en el artículo ilustra una trampa cuadrupolar de radiofrecuencia en la que se identificaron los estados del ion de mercurio  $Hg^+$  y sus niveles de energía: Estado base  $^2S_{1/2}$ , primer estado excitado  $^2D_{5/2}$  y segundo estado excitado  $^2P_{1/2}$ . La transición cuadrupolar entre los estados  $S$  y  $D$  con una longitud de onda de 282 nm es la base de un reloj óptico.

La transición entre los estados  $S$  y  $P$  es dipolar eléctrica, con longitud de onda de 194nm y vida media del estado excitado de 2.9 ns, y se usó para enfriamiento Doppler láser en la transición inversa. Si se aplica de manera continua, se observa una fluorescencia estacionaria del ion, que se puede usar para producir imágenes del ion en direcciones diferentes de la del haz del láser. La ausencia de cuentas detectadas indica que el ion está en el estado  $D$ . Si al mismo tiempo se aplica la radiación resonante de  $S$  a  $D$ , entonces se puede esperar que la fluorescencia disminuya debido a la excitación hacia el estado  $D$ . Aquí se ilustran correlaciones entre las poblaciones de los estados internos del átomo.

Por lo que se refiere al movimiento de partículas cargadas en la trampa cuadrupolar, se reconoce el carácter de oscilador armónico de los potenciales y la posibilidad de escribirlo en términos de operadores de ascenso y descenso, y de números de ocupación; así como incorporar su interacción dipolar óptica usando el formalismo del modelo de Jaynes-Cummings. En el caso de partículas cargadas, su movimiento se puede detectar a través de la corriente que induce en los electrodos. Sin embargo, un modo práctico alternativo y mucho más sensitivo consiste en mapear la información sobre los estados de movimiento en los estados internos del ion.

La Figura 2 ilustra la espectroscopía de la transición  $S$  a  $D$  de un ion individual de  $Hg^+$ . Para cada ciclo de mediciones, el ion se prepara en el estado  $|^2S_{1/2}\rangle = |\downarrow\rangle$  dejando que decaiga al mismo; se aplica el láser de 282nm de “prueba”, alternado con un haz de 194 nm de “medida”. Los estados  $S$  y  $D$  se detectan con eficiencia de casi 100 %, observando la presencia o ausencia de la luz dispersada de 194 nm. Al aumentar la frecuencia del haz de “prueba” y se promedia sobre muchas medidas, se obtiene el espectro de la probabilidad de que el ion permanezca en el estado base  $^2S_{1/2}$  vs frecuencia de desintonización del láser de 282 nm, en el intervalo de  $-4$  a  $4$  MHz, con valores de casi 100 %, y picos de bajadas a 80 en cero, 85 cerca de  $-2$  y  $2$ , y 90 cerca de  $-3$  y  $3$ . En una imagen cuántica del movimiento, el carácter del “portador” central denota transiciones de la forma  $|\downarrow\rangle |n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle |n\rangle$  donde  $n$  es el número cuántico de Fock del estado de movimiento. Los lados de banda “rojo” y “azul” corresponden a  $|\downarrow\rangle |n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle |n-1\rangle$  y  $|\downarrow\rangle |n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle |n+1\rangle$ , respectivamente. Aplicación continuada de transiciones del lado “rojo” proporciona una manera relativamente directa de enfriar el ion con láser hasta llegar al estado base de movimiento  $|\downarrow\rangle |0\rangle$ , un estado “oscuro” porque no hay estado con  $n = -1$ .

La Figura 3 ilustra los estados del ion de  $Hg^+$  con sus estados internos  $S$  y  $D$  con  $\downarrow$  y  $\uparrow$  en los renglones de abajo y arriba respectivamente,

y sus estados de movimiento en la trampa axial de oscilador armónico según sus posiciones de (a) – (f) en las acciones sucesivas para lograr su enredamiento. Las funciones de onda del oscilador armónico son funciones gaussianas con incertidumbre mínima, y se consideran en su versión de estados coherentes como paquetes de onda con movimientos equivalentes al de una partícula clásica:

(a) El paquete de onda inicial corresponde al estado base del movimiento después del enfriamiento por láser y preparación en el estado interno de  $|\downarrow\rangle$  y función gaussiana azul con probabilidad normalizada a 1 en el centro del potencial.

(b) La aplicación de un pulso portador de  $\pi/2$  crea el estado superposición interno:  $[|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle] / \sqrt{2}$  con funciones gaussianas centradas y probabilidades iguales azul abajo y roja arriba.

(c) Al aplicar una fuerza dipolar óptica oscilante se excita la componente de excitación interna de la superposición a un estado coherente de amplitud  $\alpha$  creando el estado :  $[|\downarrow\rangle |n=0\rangle + |\uparrow\rangle |\alpha\rangle] / \sqrt{2}$  con función gaussiana azul centrada abajo y función gaussiana roja y a la derecha arriba.

(d) Los estados internos son intercambiados al aplicar un pulso portador de  $\pi$ , con la función gaussiana roja abajo y a la derecha, y la función gaussiana azul arriba y al centro.

(e) El paquete de onda asociado con el estado interno de arriba se excita con una interacción dipolar eléctrica oscilante de amplitud  $-\alpha$ , es decir fuera de fase 180 grados con respecto a la excitación anterior:  $[|\uparrow\rangle |\alpha\rangle + |\downarrow\rangle |\alpha\rangle] / \sqrt{2}$ . La función gaussiana de abajo permanece roja y a la derecha, y la de arriba permanece azul pero a la izquierda. La amplitud de las oscilaciones de las partículas es igual a  $2\alpha z_0$ . La parte espacial representa dos paquetes de onda que oscilan para atrás y adelante, desfasadas 180 grados, y pasan entre si en el centro de la trampa cada medio ciclo de oscilación. Aquí, la analogía con el gato de Schrödinger es que los estados del ion son como los estados de los núcleos en el decaimiento  $\alpha$ , y los estados coherentes del ion, que siguen trayectorias clásicas macroscópicas son como los estados del gato: el ion en posición del extremo derecho corresponde a gato muerto, y el ion en posición extrema izquierda corresponde a gato vivo.

(f) Para analizar el experimento, en el paso (e) se puede controlar la fase de la amplitud de modo que el estado coherente es  $(\exp(i\phi))\alpha$  en vez de  $-\alpha$ . Cerca de la condición  $\phi = 0$ , la probabilidad  $P(\downarrow)$  del ion en el estado base oscila como una función de  $\phi$  debido a la interferencia de los dos paquetes. Esto verifica la coherencia entre las dos componentes del estado de gato de su superposición: función gaussiana azul a la izquierda y función gaussiana

a la derecha, abajo y arriba.

Esa interferencia es muy análoga a las oscilaciones de franjas observados en los experimentos de tipo de ranuras de Young realizados con fotones individuales, y también con electrones, neutrones, o átomos; pero mientras en éstos los paquetes se dispersan en el tiempo, los paquetes coherentes de los estados de gato no se dispersan en el tiempo, y en principio pueden durar tiempos arbitrariamente grandes.

En la conferencia de Haroche se destacan las secciones relevantes para los temas de interés en nuestras dos últimas conferencias:

a. Introducción

Control de partículas individuales en un mundo cuántico, con figuras que ilustran 1. La caja de reloj de Bohr para ilustrar sus diferencias con respecto a Einstein, 2. La similaridad y complementariedad de los iones en la trampa y los láseres de Wineland, y de los fotones en su propia caja de luz y el haz de átomos. 3. Oscilaciones de Rabi: en un ion que oscila en una superposición de diferentes cuantos de vibración, y en la señal de átomos que han interactuado resonantemente con un pequeño campo electromagnético que contiene una superposición de diferentes números de fotones, como gráficas de probabilidades de transición entre dos estados iónicos y atómicos, en intervalos de tiempos de 0-50 y 0-90 microsegundos, respectivamente; sus formas exhiben batimientos entre oscilaciones senoidales correspondientes a diferentes números de cuantos, que revelan la granulación del oscilador mecánico o de campo con que los iones o los átomos están acoplados.

b. Una historia personal sobre el período inicial de la Electrodinámica Cuántica en Cavidades

Estancia en Stanford 1972 con Schwalow, usando láseres de colorantes sintonizables. Excitación de átomos de Cesio por medio de pulsos de láser de colorantes en una superposición de estados excitados, y observación subsecuente de luz fluorescente emitida por cada estado excitado diferente. Se tenían muestras con muchos átomos pero los procesos ocurrían en cada uno individualmente.

Posición permanente en CNRS y Universidad de París VI 1973-1975. Investigación sobre estados de Rydberg de átomos de sodio  $Na^{23}$  mediante espectroscopía de microondas y tecnología de miliondas.

Figura 4 muestra esquema de cavidad de resonancia de microondas atravesada por haz atómico con fuerte acoplamiento entre ambos, excitación por haz de láser de microondas en dirección transversal a estados de Rydberg  $27S_{1/2}$ , y su ionización a estado  $26P_{1/2}$  en condensador con campo eléctrico que varía linealmente en el tiempo al alcanzar el umbral de ioniza-

ción para los estados respectivos. Así, las gráficas de corriente de ionización en función de tiempos de vuelo del orden de cientos de  $ns$ , permiten discriminar los dos estados en resonancia y fuera de resonancia con la cavidad.

Figura 5 reporta la demostración experimental de Superradiancia de Dicke. Una muestra de  $N= 3200$  átomos excitados en un estado simétrico, bajo sus intercambios, emite fotones en intervalos de tiempo sucesivos (0.58, 0.65, 0.71, 0.88, 0.95, 1.22) en unidades del tiempo de retardo promedio, en histogramas de la probabilidad de que  $n$  fotones sean emitidos. Todos los átomos terminan en el estado más bajo de la transición. La simetría de intercambio implica un acoplamiento colectivo de los átomos y el campo, y un tiempo de emisión mucho menor que el de la emisión espontánea.

En 1979 Haroche reconoció que si los átomos estuvieran en el estado superior de la transición y la cavidad sintonizada exactamente, no era necesario inyectar microondas para obtener una transferencia rápida entre los dos estados. También se dio cuenta de que el conjunto de átomos de Rydberg estaba emitiendo espontáneamente en la cavidad, actuando como un máser pulsado. Adicionalmente, visualizó que el cambio de billones de átomos, a cientos de átomos, podría extenderse a un solo átomo contradiciendo a la expectativa de Schrödinger.

Figura 6 ilustra Intensificación de la emisión espontánea en una cavidad incluyendo la secuencia experimental en línea: a) átomo en cavidad 0 a 2, tránsito 2 a 25, y rampa de campo eléctrico ionizante 25 a 35 en función del tiempo en microsegundos; histogramas y envolventes de probabilidades de detección de niveles b) inicial  $2^3S$ , y c) final  $2^2P$ .

Según el modelo de Jaynes-Cummings el estado inicial excitado en  $t = 0$  para un solo átomo en el vacío es  $|e\rangle |0\rangle$  y su evolución en presencia del campo está dada por  $[\cos(\Omega_0 t/2) |e, 0\rangle + \sin(\Omega_0 t/2) |g, 1\rangle]$ , en términos de la frecuencia de Rabi en el vacío  $\Omega_0$ , y del estado base  $g$  y un fotón.

Eberly y colaboradores propusieron que para el átomo en presencia del campo con  $n$  fotones, los estados respectivos son  $|e, n\rangle$  y  $|g, n + 1\rangle$  y la frecuencia de Rabi  $\Omega_n = \Omega_0 \sqrt{(n + 1)}$  en los batimientos de las superposiciones respectivas.

Figura 7 ilustra el Esquema de micromáser de Munich: átomos en un haz salen del horno y pasan de uno en uno por una cavidad superconductora cilíndrica y llegan al condensador y detector. Haroche comenta sobre la importancia de las características de la cavidad de resonancia desde el punto de vista de los experimentos: especialmente con haces de átomos y de luz conviene que sean abiertas, y sus espejos deben ser perfectos.

En lo que sigue se enumeran las secciones sucesivas para tomar de ellas

los elementos pertinentes para los temas específicos de los temas de la sección presente y la siguiente: c. Contando fotones sin destruirlos: Una Nueva Caja de Fotones (Fig. 8) y átomos de Rydberg (Fig. 9), Interferómetro de Ramsey con Cavidad de Electrodinámica Cuántica (QED) (Fig. 10), Detección Cuántica sin demolición (QND) de un solo fotón (Fig. 11), Colapso progresivo del estado del campo inducido por conteo QND de fotones (fig. 12), Distribución de Número de fotones (Fig. 13), Saltos cuánticos del Campo (Fig. 14). d. Retroalimentación cuántica: Estabilización del estado de Fock  $n = 4$  (Fig. 15). e. Reconstrucción del Estado del Campo: Función de Wigner experimental (Fig. 16). f. Estados de luz del gato de Schrödinger y estudios de decoherencia: Gato de Schrödinger (Fig.17), Gato de Schrödinger y decoherencia (Fig.18).

La Figura 17 es la versión artística de la propuesta de Schrödinger del gato en estados superpuestos de vivo y muerto, y los estados respectivos de los núcleos radiactivos conectados por el decaimiento  $\alpha$ , y la secuela que sigue de su detección. Las Figuras de 8, 9 y 10 describen el esquema experimental para producir gatitos atómicos, e investigar sus interacciones con fotones dentro de la cavidad para contar el número de éstos, sus distribuciones, sus cambios, su estabilización, e incluyendo la reconstrucción del estado del campo a través de la función de Wigner experimental. En f. se utiliza el mismo arreglo experimental para producir estados de luz de gatitos de Schrödinger en base de gatitos atómicos ya descritos, y en interacción con campos coherentes en la cavidad cuya función de Wigner es una Gaussiana: Se prepara un gatito atómico no resonante que cruza la cavidad y sus dos componentes producen efectos de corrimiento en sentidos opuestos en la fase del campo; a la salida de la cavidad, el átomo y el campo están enredados, con cada estado atómico correlacionado con el campo con una fase diferente, de alrededor de 135 grados en el experimento realizado. Aquí podemos hacer la observación de complementariedad que Bohr hizo a Einstein, Podolski y Rosen. El número de ocupación y la fase del campo de la cavidad son variables canónicamente conjugadas; el experimento en c. mide el primero con énfasis en las propiedades corpusculares de la luz, y el de f. la segunda con énfasis en las propiedades ondulatorias.

La nueva Caja de Fotones de la Figura 7 tiene espejos esféricos de 5 cm de diámetro y 2.7 cm de separación de cobre maquinado a alta precisión, reduciendo la rugosidad de la superficie a unos pocos nm, y recubiertos de Niobio superconductor. La combinación de esta geometría precisa con una alta conductividad eléctrica permitió alcanzar una vida media de 130 ms en 2006. Los fotones viajan entre los espejos a lo largo de 40000 km en una

trayectoria de reflexiones sucesivas, suficientemente larga para que miles de átomos crucen la cavidad de uno en uno para interactuar con ellos.

La Figura 8 ilustra la preparación de átomos de Rydberg para “probar” los fotones en la cavidad. Los átomos de Rydberg describen órbitas circulares a la Bohr en un plano, con excitaciones máximas de momento angular, y números cuánticos principales  $n = 50$  y  $51$ , que cuentan el número de nodos uniformemente distribuidos de la onda estacionaria alrededor de la órbita a la de Broglie; sus radios son del orden de  $n^2$  comparado con el estado base con  $n = 1$ . Su preparación se realiza mediante excitaciones láser y de radiofrecuencias sucesivas en los estados base  $|g\rangle$  y excitado  $|e\rangle$ , respectivamente, con vida media larga del orden de 30 ms. Esta vida media es comparable con la de los fotones en la cavidad, lo cual permite despreciar los procesos de decaimiento entre los estados atómicos, en primera aproximación. En los estados de Rydberg normales la onda estacionaria tiene una amplitud uniforme: el centro de carga del electrón coincide con la posición del núcleo, y el átomo carece de un momento dipolar eléctrico, Fig. 9a. También se pueden preparar superposiciones de los dos estados con un momento dipolar eléctrico aplicando un pulso de microonda resonante al átomo: esta superposición de estados se puede llamar un gatito de Schrödinger, suspendido entre sus dos estados de vida  $e$  y de muerte  $g$ . Los dos estados interfieren constructivamente en un extremo de la órbita y destructivamente en el otro, actuando como un dipolo eléctrico que gira en el plano de la órbita con la frecuencia de 51 MHz, Fig. 9b.

Cuando la radiación de microondas, no resonante entre los estados, incide sobre el átomo no puede ser absorbida y los fotones permanecen intactos, asegurando el carácter de no demolición cuántica QND de los experimentos. El efecto de la luz no resonante es desplazar los niveles de energía ligeramente, y por lo tanto alterar la frecuencia de la rotación del dipolo eléctrico, el cual actúa como la aguja de un reloj. Los corrimientos de fase son proporcionales a la energía del campo, o sea al número de fotones.

Los corrimientos son también proporcionales a la desintonización de la resonancia átomo-cavidad, y se pueden maximizar sintonizando la cavidad suficientemente próxima a la resonancia, típicamente a unos cientos de Khz de la frecuencia de transición atómica, pero suficientemente lejos para evitar procesos de emisión o absorción. En el caso de átomos de Rydberg, el efecto es muy grande resultando en un corrimiento de fase del dipolo atómico después de que el átomo abandona la cavidad y que puede alcanzar el valor de 180 grados, saltando el dipolo entre dos direcciones opuestas cuando el número de fotones cambia en una unidad. Midiendo estos cam-

bios de fase es equivalente a “ contar ” el número de fotones sin destruir los cuantos de luz.

La Figura 10 presenta el esquema del interferómetro de Ramsey de Cavidad de QED para medir tales corrimientos de fase. Los átomos preparados en los estados de Rydberg excitados en la caja  $O$  cruzan la cavidad  $C$ , uno por uno, antes de ser detectados por ionización en  $D$ . Esenciales para los experimentos hay dos zonas de microondas adicionales en  $R1$  y  $R2$  que actúan antes y después de la cavidad. En la primera los átomos se preparan en superposiciones de sus estados  $e$  y  $g$ , gatitos atómicos de Schrödinger. Este procedimiento es equivalente a arrancar un reloj, dándole un dipolo eléctrico al átomo con una dirección inicial como la manecilla del reloj. El dipolo atómico rota dentro de la cavidad, hasta que un segundo pulso de microonda aplicado en  $R2$  se usa para detectar la dirección del dipolo atómico a la salida, midiendo así la acumulación de fase en el reloj. La combinación de los dos resonadores se conoce como un interferómetro de Ramsey. El método de pulsos de campo separados induce una variación senoidal de transición cuando la frecuencia de microondas se barre alrededor de la frecuencia de resonancia. Esta señal de oscilación de Ramsey se usa para amarrar la frecuencia de microondas a la transición atómica. En el experimento, el interferómetro está contando el número de fotones en la cavidad al detectar el efecto perturbador que producen en las señales del reloj atómico especial, hecho de átomos de Rydberg sensitivos a las microondas. Si el corrimiento de fase por fotón se sitúa en 180 grados, las franjas de Ramsey son afectadas por un medio periodo cuando el número de fotones cambia en uno. El interferómetro se prepara en un máximo de franja para encontrar al átomo en el estado  $e$  si hay un fotón en la cavidad. Entonces el segundo pulso transforma el estado de superposición del átomo que sale de la cavidad  $C$  ya sea en el estado  $e$  (si hay un fotón) o en el estado  $g$  (si hay cero fotones), siendo detectado este último por el detector de ionización de campo. Así, el estado atómico final  $g$  o  $e$  está correlacionado con el número de fotones 0 o 1, respectivamente.

Las Figuras 11-18 describen los resultados de los experimentos sucesivos, y su explicación se da en la última conferencia.

Adicionalmente, aquí describimos la versión complementaria de los experimentos para producir los gatitos fotónicos, usando el mismo interferómetro de Ramsey. Se empieza con la preparación de un campo coherente en la cavidad cuya función de Wigner es una gaussiana, Fig.16. Entonces se prepara un átomo individual no resonante en una superposición de dos estados, un gatito atómico ya conocido. Este átomo cruza la cavidad y sus

dos componentes corren la fase del campo en diferentes direcciones por un efecto de índice dispersivo. Nuevamente, aquí se aprovecha el fuerte acoplamiento de átomo de Rydberg y microondas, lo cual hace que un índice de átomo individual se haga suficientemente grande para producir un efecto macroscópico en la fase del campo. A la salida de la cavidad, el átomo y el campo están enredados, con cada estado atómico correlacionado con el campo con una diferencia de fase diferente (hasta 135 grados en el experimento realizado). Se puede considerar que el campo, con su pequeña flecha en el plano complejo, es un medidor usado para medir la energía del átomo. Después de que el átomo se somete al segundo pulso y es detectado, no hay manera de saber en cual estado el átomo cruzó la cavidad, y el campo colapsa en una superposición de gato de Schrödinger. En otras palabras, el gatito atómico ha producido un gato de Schrödinger fotónico, que contiene varios fotones en promedio. La explicación de estos experimentos también se detalla en la última conferencia.

## EXPERIMENTOS DE SALTOS CUÁNTICOS Y DE COHERENCIA Y DECOHERENCIA COMO FRONTERA CUÁNTICA Y CLÁSICA

Schrödinger expresó sus dudas sobre la existencia de los saltos cuánticos, introducidos por Bohr desde 1913 como procesos cuánticos de emisión y absorción de radiación entre estados atómicos. En la última conferencia se discutió la información cuantitativa sobre los mismos observadas y medidas por Wineland y Haroche, y otros investigadores desde los 1980's. También se explicó la presencia de coherencia en los fenómenos cuánticos y su pérdida al pasar al régimen clásico, complementando la información de la conferencia anterior.

Aquí hacemos referencia a la Figura 1 de Wineland con el registro de los fotones de la fluorescencia de 194 nm  $P$  a  $S$ , detectados en compartimentos de detección de 10 ms en un intervalo de tiempo de 0 - 4 s, cuando esta transición y la de  $S$  a  $D$  de 282 nm, son excitadas simultáneamente. El registro muestra conteo promedio constante de la primera, con variaciones de ruido pequeñas y al azar, y de algunas caídas súbitas a cero, y subidas súbitas al promedio. Recordamos que la ocupación del estado  $D$  se manifiesta por la reducción de la señal de fluorescencia. Una descripción de matriz de densidad válida para un ensamble de átomos predice una rapidez de fluorescencia estacionaria; pero ¿qué se observaría para un solo ion individual? En los hechos, la fluorescencia del ion no disminuye de manera continua sino alterna entre su valor completo y cero, indicando efectivamente saltos cuánticos entre los estados  $S$  y  $D$  del ion de mercurio  $Hg^+$ . El lector también puede reconocer el carácter  $QND$  de la medición.

A continuación se explican las contrapartes en los trabajos de Haroche, tanto para gatos atómicos para contar número de fotones en la cavidad, como para gatos atómicos que generan el gato fotónico.

La Figura 11 ilustra la detección  $QND$  de un solo fotón en átomos que cruzan la cavidad enfriada a  $0.8K$ : en estados excitado en rojo en la traza superior y base en azul en la traza de en medio, y el cambio súbito del número de fotones en la traza inferior en función del tiempo. Efectivamente,

de acuerdo con la ley de Planck, a esa temperatura la cavidad contiene un vacío 95 % del tiempo y un fotón 5 % del tiempo. En el registro de la figura se observa claramente cuando un fotón aparece en la cavidad, donde permanece y desaparece, en base de los cambios en los números de ocupación del estado base atómico en azul en la traza de en medio, revelando el nacimiento en ligeramente mayor que 1 s, vida, y muerte en ligeramente mayor que 1.5 s de un fotón individual. Debido a imperfecciones, la correlación entre el número de fotones y la señal atómica no es perfecta, pero una prueba de mayoría simple nos permite reconstruir sin ambigüedad la evolución del número de fotones como se ve en la traza inferior.

Adicionalmente, el cambio súbito en el número de fotones es un salto cuántico. La figura también muestra que cientos de átomos ven el mismo fotón entre dos saltos cuánticos, lo cual demuestra que el método de detección es  $QND$  para el campo. El método de conteo de fotones se puede extender para contar números grandes de fotones. Se empieza inyectando dentro de la cavidad un campo coherente pequeño, una superposición de estados de números de fotones de 0 a 7. Este campo se produce por dispersión en las orillas de los espejos de la cavidad, portando cada uno una parte de información del campo. El corrimiento de fase del fotón se ajusta óptimamente a un valor tal que diferentes números de fotones corresponden a direcciones del dipolo atómico bien separadas a la salida de la cavidad. Al iniciar el experimento no se tiene idea del número de fotones en la cavidad, y se supone una distribución de probabilidad plana, como se ilustra en la izquierda de las figuras 12 a y 12 b, dando iguales pesos a las probabilidades de tener de 0 a 7 fotones en la cavidad. El colapso progresivo del estado del campo inducido por conteo de fotones  $QND$  muestra la evolución de la distribución de probabilidad del número de fotones inferida de los átomos con que interactúan. A medida que los átomos sucesivos proporcionan información, nuestro conocimiento sobre el campo evoluciona hasta que finalmente se fija en un solo número de fotones: los histogramas con un solo pico a la derecha de las Figuras 12 a y 12 b corresponden a  $n = 5$  y 7 fotones, respectivamente. La evolución de la distribución de probabilidad se obtiene mediante un argumento Bayesiano: la medición de cada átomo proporciona información sobre la dirección del dipolo atómico y permite actualizar nuestro conocimiento de la distribución de fotones. Este experimento muestra en vivo el colapso de la función de onda que aparece como un proceso progresivo que transforma un histograma plano en un solo pico. El campo, inicialmente en una superposición de diferentes números de fotones, se proyecta por la mera adquisición de información en un estado

de número de fotón o estado de Fock con energía bien definida. El proceso es al azar como lo muestran las dos figuras 12 a y 12 b, con resultados diferentes.

La estadística con un gran número de mediciones reconstruye la distribución de probabilidad fotónica del estado inicial. La Figura 13 muestra la distribución de número de fotones de un estado coherente con un número promedio de 3.4 fotones reconstruido por análisis estadístico de 3000 secuencias de mediciones *QND*. Es una distribución de Poisson como se espera para un estado coherente producido por una fuente clásica de radiación.

La Figura 14 muestra saltos cuánticos del campo registrados por conteo *QND*: a) Evolución del número de fotones que siguen al colapso de  $n = 5$  a la izquierda, y a  $n = 7$  a la derecha exhibiendo escalones sucesivos; el zoom en la primera muestra que para registrar un salto cuántico, la medición requiere la detección de varios átomos a lo largo de un intervalo de varios milisegundos. B) Cuatro trayectorias de número de fotones al azar que siguen el colapso del campo a  $n = 4$ . Los diferentes registros ilustran la naturaleza fluctuante del proceso de decaimiento del campo. La traza de la derecha muestra un salto hacia arriba debido a la aparición transitoria de un fotón térmico en la cavidad enfriada.

Dentro de la sección sobre la reconstrucción de estados de campo se identifican varios conceptos alternativos para describirlos y caracterizarlos, incluyendo sus diferencias y conexiones, dimensionalidades y analogías. Ya se ha dicho que las mediciones *QND* repetidas sobre muchas realizaciones del estado del campo permite reconstruir su distribución de números de fotones  $P(n)$ . Estos histogramas proporcionan una información parcial del campo: sus intensidades y fluctuaciones, que son insensitivas a las coherencias del campo. En general, un estado del campo esta descrito por la matriz de densidad  $\rho$ , cuyos elementos diagonales  $\rho_{nn}$  en la base de estados de Fock son las probabilidades  $P(n)$ ; y los elementos fuera de la diagonal  $\rho_{n'n}$  describen la coherencia del campo. Expresadas en términos de números de fotones las probabilidades  $P(n)$  son objetos en  $1D$ , y las coherencias que involucran amplitudes y fases son entidades  $2D$ . La reconstrucción de coherencias a partir de mediciones de probabilidades de número de fotones, o sea yendo de  $1D$  a  $2D$ , es análogo a pasar de  $2D$  a  $3D$  en Fotografía, donde  $P(n)$  es como una foto en  $2D$  producida por dispersión de la intensidad de la luz; y al agregar una dimensión sobre la información de fase mediante la interferencia de un haz de referencia superpuesta a la luz dispersada se genera el holograma  $3D$ , que es la transformada de Fourier del objeto.

Adicionalmente, al iluminar el holograma con un láser similar al que lo produjo se reproduce la imagen holográfica del objeto, correspondiente a la transformada de Fourier inversa.

Similarmente, la información completa  $2D \rho_{n'n}$ , contenida en el estado cuántico de un campo se puede reconstruir mezclándolo con haces de referencia de varias fases y amplitudes, y reconstruyendo la distribución de números de fotones de estos campos de interferencia. Este procedimiento se llama de tomografía cuántica.

En los experimentos de cavidad *QED* el interferómetro de Ramsey de átomos de Rydberg se usa para realizar estas reconstrucciones del campo. Se preparan copias idénticas del campo, entonces se mezclan con campos de referencia coherentes producidos por una fuente clásica. El conteo de fotones *QND* de los “campos mezclados” se realiza entonces. De los datos acumulados en muchas realizaciones con los campos de referencia con diferentes fases y amplitudes, se colecta información suficiente para reconstruir la matriz de densidad.

Para representar el estado del campo cuántico, es conveniente escoger, en vez de la matriz de densidad, una descripción alternativa. El estado del campo es formalmente equivalente a un estado de oscilador mecánico que evoluciona en un potencial parabólico. Su estado está representado por una función de Wigner tomando sus valores en el espacio fase del oscilador. Esta función, que generaliza para el campo cuántico el concepto clásico de distribución de probabilidad en el espacio fase, contiene la misma información que  $\rho$ , con la cual está relacionada por una transformada de Fourier. Para mantener la analogía holográfica, Función de Wigner : Matriz de Densidad :: Holograma: Imagen Directa del Objeto. Sus patrones de interferencia revelan las características del campo cuántico.

La Figura 16 muestra las funciones de Wigner de dos estados de campo experimentalmente reconstruidos y representadas en  $2D$  y  $3D$ : a) un estado coherente con  $\langle n \rangle = 2.5$  y b) estado de Fock con  $n = 3$ . En a) es un pico gaussiano centrado en el punto del espacio fase cuyas coordenadas corresponden a amplitud y fase del campo. Esta función contiene más información que la Figura 13, y se puede interpretar como la distribución de probabilidad fotónica en espacio fase con incertidumbres que reflejan las fluctuaciones del estado coherente en el número de fotones y fase. En b) Estado de Fock preparado por medición proyectiva *QND*, y reconstruida por el procedimiento tomográfico adaptado a la cavidad *QED*. Consiste en un par de oscilaciones circulares centrados en el espacio fase. Sus características de interferencia que exhibe valores negativos, son distintivos de la

“cuantidad” del estado del campo. La simetría central de esta función de Wigner revela que el estado de Fock posee una indeterminación completa en la fase.

La Figura 18 ilustra el gato de Schrödinger fotónico y decoherencia: a) Reconstrucción de función de Wigner de gato con  $n = 3.5$  fotones en promedio, poco tiempo 1.3 ms después de su preparación por un solo átomo que cruzó la cavidad. El mismo gato después de b) 4.3 ms y c) 16 ms. La desaparición de los picos negativos en la última es una manifestación de decoherencia. La teoría muestra que el entorno elimina la coherencia cuántica muy rápidamente, conduciendo a una mezcla estadística clásica de estados mundanos. Żurek ha jugado un papel muy importante al elucidar la acción del entorno en este proceso de decoherencia, el cual ocurre más rápidamente en la medida que el tamaño del gato aumenta; ese tamaño está dado por el cuadrado de la distancia entre sus componentes en el espacio fase. Para una diferencia de fase dada entre las componentes Gaussianas, el tamaño es proporcional al número de fotones del gato.

La Figura 20 describe oscilaciones de Rabi en el vacío que representan la probabilidad de encontrar el átomo en su estado inicial y después de interactuar durante un tiempo  $t$   $[0 - 25\mu s]$  con la cavidad inicialmente en el vacío y resonante en la transición  $e \rightarrow g$ . Los puntos son experimentales y la curva es una cosenoide amortiguada. Las tres flechas en las vecindades de  $5s$ ,  $10s$ , y  $20s$  marcan los instantes correspondientes a pulsos de  $\pi/2$ ,  $\pi$  y  $2\pi$ , respectivamente.

Se reconoce que esta figura del gato de Schrödinger atómico es la contraparte de los estados enredados de luz en sus descripciones cuánticas del capítulo 10.

⊙ *Esta es una página en blanco.* ⊙

## LECTURAS RECOMENDADAS

1. Introduction to Electrodynamics, David Griffiths, 4th Edition Cambridge UP. 1999
2. Introduction to Quantum Mechanics, David Griffiths, 2nd Edition Cambridge UP. 2017
3. L. Silberstein, Annalen der Physik **329**, 579 (1907)
4. E. Schrödinger, Annalen der Physik **79**, 361-376 (1926)
5. Y. Aharonov D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485-491 (1959)
6. R. G. Chambers, Phys. Rev. Lett. **5**, 3-5 (1960)
7. E. Ley Koo, G. Villa-Torres, Rev. Mex. Fis. **47**, 576-581 (2002)
8. Why is Maxwell's Theory so hard to understand? An Essay by Freeman Dyson.
9. W. I. Fushahich and A. G. Nikitin, Symmetries of Maxwell's Equations, D. Reidel Pub. Co. (1987)]
10. A. Einstein, Physicalische Gessellschaft Zurich **18**, 47-62 (1916)
11. J. P. Gordon, H. J. Zeiger and C. H. Townes, Letter to the Editor Phys. Rev. **95**, 282-283 (1954)
12. K. Volke-Sepúlveda and E. Ley Koo, J. Optics A: Pure and App. Opt. **8**, 867-877 (2006)
13. Y. Zeldovich, Sov. Phys. JETP **6**, 1184-6 (1958)
14. A. Góngora, E. Ley Koo, RMF **E52**, 188-197 (2006)
15. N. Talebi, S. Guo, P. A. van Aken, Nanophotonics **7(1)**: 93-110 (2018)

16. V.A. Fedotov, International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, pages 0304-0304 (2019)
17. I. Fernández-Corbatón, S. Nanz, C. Rochstuhl, Scientific Reports **7(1)** (2017)
18. A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777-780 (1935)
19. N. Bohr, Phys. Rev. **48**, 696-702 (1935)
20. E. Schrödinger, Naturwissenschaften. **23(48)**: 807-812 (1935)
21. D. Bohm, Quantum Mechanics (1951), Dover
22. D. Bohm, Phys Rev. **85**, 166-180 (1952)
23. J. S. Bell, Physics **1(3)**, 195-200 (1964)
24. J.F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, A. Holt, Phys. Rev. Lett. **23**, 880-884 (1969)
25. J. F. Clauser, S. Freeman, Phys. Rev. Lett. **28**, 938-941 (1972)
26. A. Aspect, J. Dalibard and E. Roger, Phys. Rev. Lett. **49**, 1804 (1982)
27. G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weisfurter, Phys. Rev. Lett. **81(23)**: 5039-5043 (1998)
28. Juan Yin, Yuan Cao, Yuhuai Li, plus 31 authors, Science, **356**, 1440-1444 DOI: 1126/science.aan3211 (2017)
29. D. Wineland and S. Haroche, Premio Nobel de Física 2012
30. W. Zurek, Physics Today, **44**, 36-44 (1991)